

Научная статья

УДК 536-12+630*991

DOI: 10.37482/0536-1036-2022-3-213-225

Моделирование динамики хода роста древостоев на основе термодинамического подхода

В.И. Лисицын[✉], канд. физ.-мат. наук, доц.; ResearcherID: [AAL-8681-2021](https://orcid.org/0000-0002-2148-1988),

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2148-1988>

М.В. Драпалюк, д-р техн. наук, проф.; ResearcherID: [AAP-5563-2020](https://orcid.org/0000-0002-8029-2706),

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8029-2706>

Н.Н. Матвеев, д-р физ.-мат. наук, проф.; ResearcherID: [AAP-4873-2020](https://orcid.org/0000-0001-9195-9580),

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9195-9580>

Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова, ул. Тимирязева, д. 8, г. Воронеж, Россия, 394087; viktor-lisicyn@yandex.ru[✉], md@vglta.vrn.ru, nmtv@vglta.vrn.ru

Поступила в редакцию 07.07.20 / Одобрена после рецензирования 11.09.20 / Принята к печати 14.09.20

Аннотация. Лесная экосистема является типичным примером функционирования открытых термодинамических систем. Проанализировано изменение энтропии открытой термодинамической системы, в которой могут реализовываться следующие процессы: поглощение коротковолнового солнечного излучения – процесс дифференциации; процесс общего роста биомассы, связанный с расходом ресурсов на дыхание и конкуренцию. В результате действия этих процессов в систему поступает отрицательный поток энтропии, а в самой системе производится положительная энтропия. С ростом древостоя его биомасса достигает максимума, что соответствует стационарному состоянию в экосистеме. Показано, что согласно принципу (теореме) Пригожина удельное производство энтропии в открытой системе принимает минимальное положительное значение. При дальнейшем увеличении возраста древостоя стационарное состояние открытой термодинамической системы переходит к равновесному: биомасса насаждения уменьшается, а энтропия стремится к максимальному значению в соответствии со 2-м законом термодинамики (распад экосистемы). Анализ поведения открытой термодинамической системы положен в основу новой эколого-физиологической модели динамики роста древостоя. В предлагаемой модели используется 2 параметра: биомасса отдельного дерева и число деревьев на гектар. Для моделирования динамики роста биомассы отдельного дерева применяется балансовое уравнение Бергаланффи, которое содержит динамическое уравнение, описывающее рост особи за счет поглощения ресурса и ограничение роста за счет расхода ресурса. Уравнение, характеризующее динамику численности древостоя, вытекает из условия достижения максимума биомассы древостоя в процессе роста насаждения. Модель динамики древостоя имеет 3 независимых параметра: время наступления стационарного режима, скорость расхода ресурса, а также фактор, связывающий площадь и биомассу организма. Верификация модели проведена расчетом динамики биомассы для полных (нормальных) сосновых насаждений первых 5 бонитетов (Iб, Ia, I, II, III). Качество модели оценивается безразмерным критерием эффективности Нэша–Сатклиффа, значение которого, как правило, больше 0,95, что соответствует описанию данных, близкому к идеальному.

Ключевые слова: лесная экосистема, термодинамика неравновесных процессов, моделирование динамики роста древостоя, таблицы хода роста, эколого-физиологическая модель

Для цитирования: Лисицын В.И., Драпалюк М.В., Матвеев Н.Н. Моделирование динамики хода роста древостоев на основе термодинамического подхода // Изв. вузов. Лесн. журн. 2022. № 3. С. 213–225. <https://doi.org/10.37482/0536-1036-2022-3-213-225>

Original article

Modeling the Forest Stand Growth Dynamics Based on the Thermodynamic Approach

Viktor I. Lisitsyn[✉], *Candidate of Physics and Mathematics, Assoc. Prof.;*

ResearcherID: [AAL-8681-2021](https://orcid.org/0000-0002-2148-1988), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2148-1988>

Michael V. Drapalyuk, *Doctor of Engineering, Prof.;* *ResearcherID: [AAP-5563-2020](https://orcid.org/0000-0002-8029-2706),*

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8029-2706>

Nikolai N. Matveev, *Doctor of Physics and Mathematics, Prof.;*

ResearcherID: [AAP-4873-2020](https://orcid.org/0000-0001-9195-9580), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9195-9580>

Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov, ul. Timiryazeva, 8, Voronezh, 394087, Russian Federation; viktor-lisicyn@yandex.ru[✉], md@vglta.vrn.ru, nmtv@vglta.vrn.ru

Received on July 7, 2020 / Approved after reviewing on September 11, 2020 / Accepted on September 14, 2021

Abstract. The forest ecosystem is a common example of the functioning of open thermodynamic systems. The work analyzes the change in the entropy of an open thermodynamic system where the following processes can be realized: absorption of short-wave solar radiation – differentiation process; total biomass growth process associated with the consumption of resources for respiration and competition. As a result of these processes, the negative entropy flow enters the system, and the positive entropy is produced in the system. As the stand grows, its biomass reaches a maximum, which corresponds to the steady state in the ecosystem. It is shown that, in accordance with the Prigogine’s theorem, the specific entropy production in an open system takes on a minimum positive value. With a further increase in the age of the stand, the steady state of the open thermodynamic system evolves to an equilibrium state, at which a decrease in the plant biomass is observed, and the entropy tends to a maximum value in accordance with the 2nd law of thermodynamics (ecosystem decay). The analysis of the behavior of an open thermodynamic system forms the basis of a new ecological and physiological model of the stand growth dynamics. The model proposed uses the following parameters: the biomass of an individual tree and the number of trees per hectare. In order to model the biomass growth dynamics of an individual tree, the von Bertalanffy equation is used. It contains a dynamic equation describing growth of an individual due to resource uptake and limitation of growth due to resource consumption. The equation that characterizes the dynamics of stand size derives from the condition of reaching the maximum biomass of the stand during the stand’s growth. In general, the stand’s dynamics model has only three independent parameters. They are the onset time of the steady state, the resource consumption rate and the factor linking the area and biomass of the organism. The model verification is presented by calculating the biomass dynamics for full (normal) pine plantations of the first five quality classes (Ib, Ia, I, II, III). The model’s quality is assessed by the dimensionless Nash-Sutcliffe model efficiency coefficient, the value of which is usually greater than 0.95. This corresponds to a description of the data that is close to ideal.



Keywords: forest ecosystem, thermodynamics of nonequilibrium processes, forest stand growth dynamics modeling, yield tables, ecological and physiological model

For citation: Lisitsyn V.I., Drapalyuk M.V., Matveev N.N. Modeling the Forest Stand Growth Dynamics Based on the Thermodynamic Approach. *Lesnoy Zhurnal = Russian Forestry Journal*, 2022, no. 3, pp. 213–225. (In Russ.). <https://doi.org/10.37482/0536-1036-2022-3-213-225>

Введение

Современные эколого-физиологические модели [4, 6, 7, 8, 13, 14, 18, 20] не могут в полной мере описать все особенности развития древостоев, в частности немонотонную динамику роста в старших возрастах [5]. М.Д. Корзухиным [5] было проведено подробное исследование немонотонной динамики на базе данных Государственного лесного реестра. Причем ученым отмечено, что «высокое качество описания всех 1326 кривых не исключает других вариантов описания немонотонной динамики» [5, с. 112]. В работах [1, 11] термодинамически обоснована мера состояния экосистемы, называемая авторами биологическим возрастом экосистемы, и указана причина сохранения геометрической формы организма. Эта особенность важна при построении модели динамики хода роста древостоев.

Цель исследования – построение новой эколого-физиологической модели динамики хода роста древостоев на базе термодинамической теории неравновесных процессов.

Мы рассматриваем полученные результаты в качестве фундаментального подхода к обозначенной проблеме. Этот подход, основанный на термодинамике открытых систем, является необходимым этапом при выработке дальнейших конкретных рекомендаций по практическому использованию наших результатов.

Объекты и методы исследования

Объектами исследования являются структура лесных массивов, их взаимодействие с окружающей средой и описание механизма динамики роста древостоев уравнениями неравновесной термодинамики.

Основной метод исследования – применение теории неравновесных процессов к термодинамике открытых систем, ярким примером которых являются лесные насаждения. При этом используются дифференциальные уравнения, описывающие динамику роста древостоев.

Одно из самых важных понятий термодинамики необратимых процессов – понятие стационарного состояния [3, 12]. В отличие от изолированных систем, при протекании необратимых процессов приближающихся к состоянию термодинамического равновесия, открытые системы могут достигать не равновесного, а стационарного состояния, в котором макроскопические процессы не прекращаются, а идут с постоянной скоростью. Причем постоянство термодинамических параметров достигается благодаря неизменному потоку и оттоку вещества и энергии.

Рассмотрим изменение энтропии S открытой системы. Оно состоит из потока энтропии, следующего в систему извне (чаще всего в виде энтропии,

переносимой электромагнитным излучением Солнца), $d_e S$ и потока энтропии, производимой внутри системы, $d_i S$. Согласно 2-му закону термодинамики поток энтропии внутри системы всегда положителен. Итак, в открытой термодинамической системе возможны 3 варианта:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d_e S}{dt} + \frac{d_i S}{dt} > 0; \quad (1)$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d_e S}{dt} + \frac{d_i S}{dt} < 0; \quad (2)$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d_e S}{dt} + \frac{d_i S}{dt} = 0, \quad (3)$$

где t – время.

В случае (1) происходит деградация системы, в случае (2) в системе увеличивается порядок и растет биомасса, в случае (3) уравнение соответствует стационарному процессу, для которого возможен баланс энергий и баланс энтропии. Для нашей ситуации важны как 2-й, так и 3-й варианты, когда в открытой системе при росте организма будут существовать по крайней мере 2 процесса: процесс, сопровождающийся поглощением коротковолнового электромагнитного излучения (процесс дифференциации), и процесс, сопровождающийся общим ростом биомассы и расходом ресурса вследствие затрат на дыхание, конкуренцию и т. п.

Для изучения процессов, связанных с изменением энтропии в открытой системе, рассмотрим поведение удельной энтропии, т. е. энтропии, отнесенной к единице биомассы древостоя,

$$\sigma = \frac{S}{M}, \quad (4)$$

где M – биомасса насаждений.

Тогда для изменения энтропии имеем:

$$\frac{dS}{dt} = M \frac{d\sigma}{dt} + \sigma \frac{dM}{dt}. \quad (5)$$

С другой стороны, в соответствии с (2) и (3) получаем:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d_i S}{dt} - \left| \frac{d_e S}{dt} \right|. \quad (6)$$

Поглощение энергии Солнца пропорционально площади поглощающей поверхности F , т. е. поток энергии в систему пропорционален площади поглощающей поверхности [8, 11, 18]:

$$\left| \frac{d_e S}{dt} \right| = bF, \quad (7)$$

а поток энтропии внутри системы пропорционален образовавшейся биомассе:

$$\frac{d_i S}{dt} = \alpha(t)M, \quad (8)$$

где b – постоянная; $\alpha(t)$ – неизвестная функция, имеющая смысл удельного производства энтропии, $\alpha(t) = \frac{1}{M} \cdot \frac{d_i S}{dt}$.

С учетом (5), (7) и (8)

$$M \frac{d\sigma}{dt} + \sigma \frac{dM}{dt} = \alpha(t)M - bF. \quad (9)$$

Биомасса и площадь поверхности связаны соотношением [5]:

$$F = gM^q, \quad (10)$$

где g и q – аллометрические параметры.

На рис. 1 приведена зависимость биомассы насаждения от возраста для нормального (полного) древостоя сосны Ia класса бонитета [9]. Из зависимости видно, что в определенный период развития древостоя его биомасса достигает максимума, после чего начинает плавно уменьшаться (такая зависимость является типичной для многих насаждений [5, 16]).

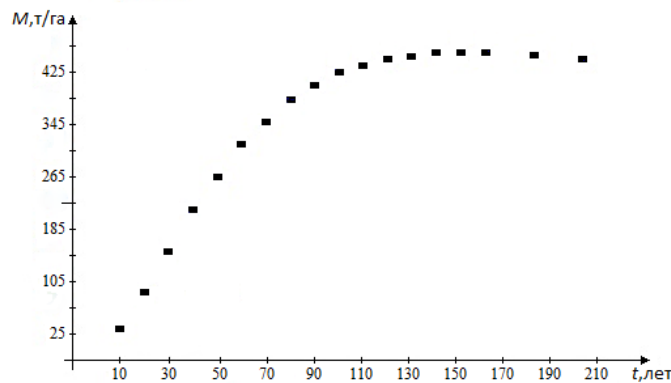


Рис. 1. Зависимость биомассы насаждения от возраста для нормального (полного) древостоя сосны Ia класса бонитета

Fig. 1. Dependence of the plantation biomass on age for a normal (complete) pine stand of the Ia quality class

Наличие такого максимума свидетельствует о достижении системой состояния, при котором $dM/dt = 0$ при $t = t_{\max}$. На рис. 1 максимальная биомасса насаждения $M_{\max} = 450,4$ т/га достигается при $t_{\max} = 160$ лет. Тогда уравнение (9) принимает вид

$$M \frac{d\sigma}{dt} = \alpha(t)M - bgM^q.$$

Достижение максимальной биомассы говорит о переходе системы в стационарное состояние, при котором $d\sigma/dt = 0$ (вариант (3) изменения энтропии). Тогда для удельного производства энтропии имеем:

$$\alpha(t_{\max}) = bgM_{\max}^{q-1}.$$

Параметр q изменяется в пределах $0 < q < 1$ [2, 5]. Из приведенного уравнения следует, что удельное производство энтропии достигает минимального положительного значения. Это находится в полном соответствии с принципом (теоремой) Пригожина [3, 12, 14, 17].

Отметим, что при доказательстве теоремы Пригожина [3] используются линейные законы и соотношение взаимности Онзагера, т. е. теорема Пригожина справедлива для линейных необратимых процессов при неизменных внешних параметрах. Однако это утверждение не является необходимым условием появления стационарного состояния. Если изменение внешних параметров

происходит медленнее, чем изменение параметров системы, то может наступить стационарное состояние системы. В этом случае понятие стационарного состояния справедливо для любых необратимых процессов и предполагает существование 2 масштабов времени протекания процессов, причем переход к состоянию равновесия распадается на 2 этапа: появление стационарного состояния и его эволюция к равновесному состоянию [3].

Далее рассмотрим трансформацию стационарного состояния при $t > t_{\max}$ в равновесное, при котором будет соблюдаться баланс энергии, т. е. мы сможем воспользоваться балансовой гипотезой, лежащей в основе модели Берталанффи [19]. Для этого общую биомассу насаждения представим в виде

$$M = mN,$$

где m – биомасса, приходящаяся в среднем на одно дерево, а N – число деревьев на гектар насаждения. Тогда (4) примет вид

$$\sigma = \frac{M}{mN}.$$

Далее в соответствии с формулами (5)–(8), имеем:

$$\frac{dS}{dt} = M \frac{d\sigma}{dt} + \sigma \left(m \frac{dN}{dt} + N \frac{dm}{dt} \right); \quad (11)$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d_i S}{dt} - \left| \frac{d_e S}{dt} \right|; \quad (12)$$

$$\left| \frac{d_e S}{dt} \right| = bF; \quad (13)$$

$$\frac{d_i S}{dt} = \alpha(t) mN. \quad (14)$$

Биомасса и площадь поверхности насаждения связаны соотношением (10): $F = g(mN)^q$.

Как известно [5], для описания поведения функции m обычно используют модель Берталанффи [19], которая состоит из динамического уравнения для биомассы особи, описывающего рост за счет поглощения ресурса и ограничение роста за счет расхода ресурса:

$$\frac{dm}{dt} = fgm^q - rm, \quad (15)$$

где f – удельная скорость поглощения ресурса; r – удельная скорость расхода ресурса.

Общее решение этого уравнения хорошо известно [5] и имеет вид

$$m(t) = \left(\exp(-r(1-q)t) \left(m_0^{1-q} - \frac{p}{r} \right) + \frac{p}{r} \right)^{\frac{1}{1-q}}, \quad (16)$$

где m_0 – биомасса особи в начальный момент времени; p – параметр модели, $p = fg$; $t = t_0$.

Используя соотношения (12) – (15), из уравнения (11) получаем:

$$\frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{N} \cdot \frac{dN}{dt} + \frac{1}{m} (pm^{q-1} - r) = \alpha(t) - bg(mN)^{q-1}.$$

Проанализируем асимптотику данного уравнения при $t \rightarrow \infty$, т. е. при достижении системой термодинамического равновесного состояния. В этом случае имеем следующее. Число деревьев уменьшается до минимального (в пределе до нуля), так, что

$$\frac{dN}{dt}(t \rightarrow \infty) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} (pm^{g-1} - r) = 0, \text{ т.к. } \lim_{t \rightarrow \infty} m^{g-1} = \frac{r}{p},$$

удельная энтропия $\sigma(t) \rightarrow \sigma_\infty$ стремится к постоянному значению, поэтому производной $d\sigma/dt$ можно пренебречь. Тогда, для удельного производства энтропии получаем:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \alpha(t) = \frac{br}{f} N_\infty^{g-1},$$

где N_∞ – предельное (минимальное) число деревьев.

Вспоминая, что показатель степени меньше 1, имеем для производства энтропии максимальное значение α_{\max} . Поскольку энтропия при этом является монотонной функцией, она тоже достигает максимума в соответствии со 2-м законом термодинамики. Так завершается процесс эволюции открытой системы – биоценоза. Достижение максимальной энтропии маркирует процесс распада системы, вследствие которого биомасса насаждения начинает уменьшаться.

Результаты исследования и их обсуждение

Построим эколого-физиологическую модель динамики древостоя. Отправным пунктом построения модели является тот факт, что биомасса насаждения достигает своего максимума в некоторый момент времени t_{\max} . Это означает, что прирост биомассы для этого момента времени равен нулю:

$$\frac{dM(t_{\max})}{dt} = 0,$$

или

$$m \frac{dN}{dt} + N \frac{dm}{dt} = 0,$$

из последнего равенства получаем:

$$\frac{dN(t_{\max})}{dt} = -\frac{1}{m(t_{\max})} \cdot \frac{dm(t_{\max})}{dt} \cdot N(t_{\max}).$$

Полагаем, что изменение численности древостоя будет проходить в соответствии с этой формулой, т. е. она будет описывать динамику численности при любых t , а не только для t_{\max} . В целях установления аналитического вида зависимости числа деревьев от времени необходимо решить следующее уравнение:

$$\frac{dN(t)}{dt} = (-fgm^{g-1} + r) \cdot N(t), \quad (17)$$

в котором функция $m(t)$ определена в соответствии с выражением (16), т. е. является общим решением уравнения Бергаланффи.

Введем следующие обозначения:

$$c_1 = m_0^{1-q} - \frac{fg}{r}; \quad c_2 = \frac{fg}{r}; \quad c_1 = m_0^{1-q} - c_2;$$

$$a = r(1-q); \quad p = \frac{r}{a}; \quad p = \frac{1}{1-q}; \quad c_2 = m_\infty^{\frac{1}{p}},$$

где c_1, c_2, a – параметры нашей модели.

Решение уравнения (17) с учетом принятых обозначений имеет вид

$$N(t) = N_0 \frac{(c_2 + c_1)^p}{(c_2 + c_1 \exp(-at))^p},$$

где N_0 – число деревьев при $t = t_0 = 0$, принимаемое в качестве исходного.

Для функции $m(t)$ получаем:

$$m(t) = (c_2 + c_1 \exp(-at))^p.$$

В целях дальнейшего анализа выражений введем новую константу:

$$\beta = \frac{c_1}{c_2} = \frac{rm_0^{1-q}}{fg} - 1.$$

Тогда выражения для числа деревьев и биомассы, приходящейся на одно дерево, примут вид

$$N(t) = N_0 \frac{(1 + \beta)^p}{(1 + \beta \exp(-at))^p};$$

$$m(t) = m_\infty (1 + \beta \exp(-at))^p.$$

Для биомассы насаждения $M(t)$ имеем:

$$M(t) = N(t)m(t) = N_0 (1 + \beta)^p m_\infty = \text{const}.$$

Таким образом, получаем, что биомасса насаждения является постоянной величиной, не зависящей от времени. Данный вывод не соответствует действительности, но и не является парадоксом, так как в выражении для динамики числа деревьев использовались те же параметры модели, что и для динамики биомассы отдельного дерева. Динамика изменения у них разная, хотя и значения параметров могут быть близкими. Обозначим эти параметры для числа деревьев индексами «1» – α_1, β_1, p_1 , для биомассы оставим без индексов – α, β, p . Параметры c_1 и c_2 по-прежнему относятся к биомассе отдельного дерева. Изменяются не только индексы, но и сами значения этих параметров. Тогда биомасса насаждения зависит от времени. Для нее получаем следующее выражение:

$$M(t) = N(t)m(t) = N_0 (1 + \beta_1)^{p_1} m_\infty \frac{(1 + \beta \exp(-at))^p}{(1 + \beta_1 \exp(-a_1 t))^{p_1}}.$$

Сохраняем требование равенства нулю производной биомассы в момент времени t_{\max} . Имеем следующее соотношение:

$$\frac{dM(t_{\max})}{dt} = \left(\frac{p_1 a_1 \beta_1}{\beta_1 + \exp(a_1 t_{\max})} - \frac{pa\beta}{\beta + \exp(at_{\max})} \right) = 0.$$

Вспоминая, что $p = r/a$, $p_1 = r_1/a_1$ и смысл параметра r , естественно положить $r = r_1$, так как скорость потребления ресурса остается одной и той же для данного древостоя. Решая приведенное уравнение относительно t_{\max} , получаем:

$$t_{\max} = \frac{1}{a - a_1} \cdot \ln \frac{\beta}{\beta_1}. \quad (18)$$

Время, определенное по этой формуле, может быть как меньше фактического, так и больше времени, при котором биомасса насаждения достигает максимума. Данный факт интерпретируется следующим образом: стационарный режим в открытой системе не фиксируется строгим моментом времени, он длится определенный период и часто наступает несинхронно с достижением максимальной биомассы, после чего насаждение плавно эволюционирует к равновесному состоянию. В дальнейшем момент времени, найденный по формуле (18), будем называть временем наступления стационарного режима – t_{st} . Параметры модели β_1 и β определяются по начальным (m_0 , N_0) и конечным (m_∞ , N_∞) значениям из следующих соотношений:

$$\beta_1 = \left(\frac{N_\infty}{N_0} \right)^{1-q_1} - 1; \quad \beta = \left(\frac{m}{m_\infty} \right)^{1-q} - 1.$$

Полагая, что $q_1 = q + \Delta q$, из соотношения (18) получаем следующее трансцендентное уравнение для определения Δq :

$$\left(\frac{m_0}{m_\infty} \right)^{1-q} - \left(\frac{N_\infty}{N_0} \right)^{1-q_1} = t_{st} \Delta q r \left(\left(\frac{m_0}{m_\infty} \right)^{1-q} - 1 \right).$$

Таким образом, модель динамики древостоя имеет 3 независимых параметра: время наступления стационарного режима, скорость расхода ресурса и фактор (q), связывающий площадь и биомассу организма. Эти параметры находятся посредством процедуры оптимизации. Независимыми параметрами модели можно считать и предельные значения m_∞ и N_∞ .

Для верификации модели использованы модальные таблицы хода роста А.З. Швиденко и др. [10] для полных (нормальных) сосновых насаждений первых 5 бонитетов (Iб, Ia, I, II, III). Из таблиц взяты данные по числу деревьев на гектар и фитомассе насаждения на гектар.

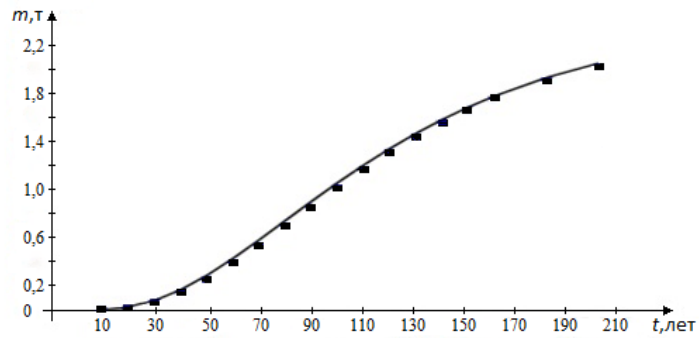
Фитомасса отдельного дерева была получена делением фитомассы насаждения на число деревьев.

Минимизация среднеквадратичного отклонения проводилась для параметров t_{st} , r . В качестве независимого параметра выбиралось значение m_∞ , тогда как соответствующее значение N_∞ определялось из условия

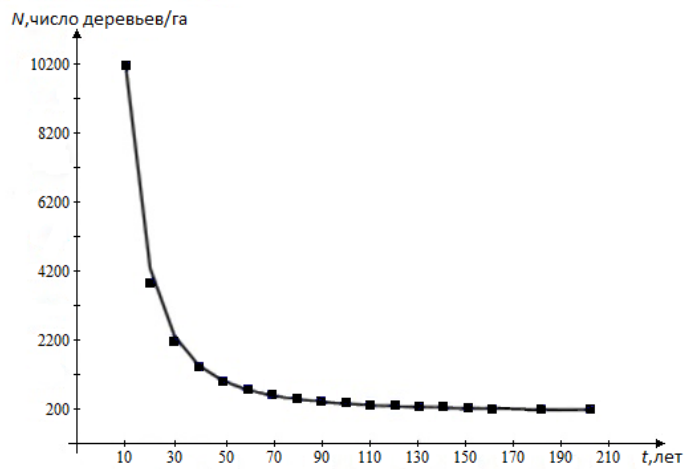
$$N_\infty = \frac{M^*}{m_\infty},$$

где M^* – биомасса насаждения для граничного времени в таблицах динамики биологической продуктивности сосновых насаждений (для соснового насаждения M^* выбиралось при $t = 200$ лет).

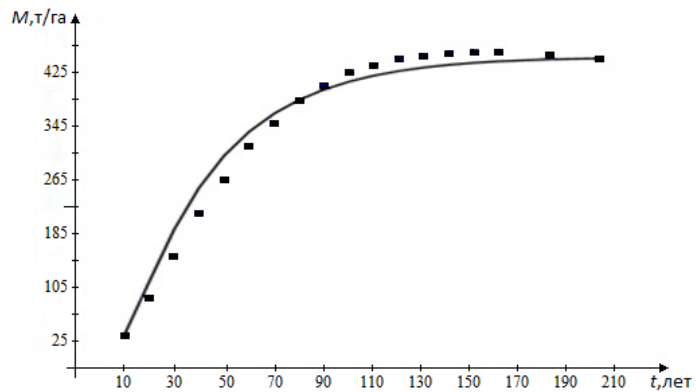
Параметр q для всех бонитетов соснового насаждения оказался равным 0,7. Этот факт находится в согласии с результатами работ [1, 2]. Данные расчетов приведены на рис. 2 и в таблице.



а



б



в

Рис. 2. Зависимости показателей соснового насаждения Ia класса бонитета от времени: а – биомассы на одно дерево; б – числа деревьев; в – общей биомассы насаждения. (индекс 1 относится к рассчитанным по модели, ■ – эмпирические данные взяты из [10])

Fig. 2. Dependences of parameters of a pine stand of the Ia quality class on time: а – biomass per tree; б – number of trees; в – total biomass of the stand. Index 1 refers to those calculated using the model, ■ – empirical data are taken from [10]

**Параметры модели критерия эффективности
Нэша–Сатклиффа ME в зависимости от бонитета сосновых насаждений
Parameters of the Nash-Sutcliffe model efficiency coefficient ME depending on
the quality of pine stands**

| Бонитет | r | m_{∞} | t_{st} | ME | | |
|---------|--------|--------------|----------|--------|--------|---------|
| | | | | m | N | M |
| Iб | 0,0523 | 2,950 | 180 | 0,9994 | 0,9990 | 0,93196 |
| Iа | 0,0510 | 2,365 | 200 | 0,9974 | 0,9978 | 0,97760 |
| I | 0,0470 | 1,950 | 200 | 0,9887 | 0,9975 | 0,97600 |
| II | 0,0440 | 1,580 | 200 | 0,9991 | 0,9984 | 0,95980 |
| III | 0,0380 | 1,090 | 200 | 0,9971 | 0,9980 | 0,95720 |

Качество модели оценивается безразмерным критерием эффективности Нэша–Сатклиффа ME [15] (критерий традиционно используется в экологических моделях):

$$ME = 1 - \frac{\sum_k (Y_k^{\text{emp}} - Y_k)^2}{\sum_k (Y_k^{\text{emp}} - Y_{\text{mean}})^2},$$

где Y_k^{emp} – эмпирические данные для конкретной величины из таблиц; Y_k – расчетные данные по модели для тех же моментов времени; Y_{mean} – среднее значение той же величины.

Значение ME может находиться в широких пределах $(-\infty, 1)$. Причем 1 – соответствует идеальному описанию данных модели; 0 – качеству описания, совпадающему со средним значением; $ME < 0$ – непригодности данной модели.

Отличие рассчитанных по модели данных от соответствующих эмпирических данных в абсолютных значениях не превышает нескольких процентов. Например, для возрастов больше 90 лет не превышает 2–3 %.

Заключение

Скорость расхода ресурса монотонно убывает с ростом бонитета: условия произрастания ухудшаются и скорость потребления ресурса падает. То же относится к конечной биомассе древостоя. Данный параметр больше биомассы для древостоя 200-летнего возраста, но коррелирует с соответствующими эмпирическими значениями. Время установления стационарного режима, как правило, больше времени, при котором биомасса насаждения достигает максимума. Это еще раз говорит о том, что процесс движения древостоя к стационарному режиму растянут во времени. Не приведены результаты расчета аллометрического параметра Δq . Эти результаты носят в основном методический характер, но при достижении оптимальных значений других параметров модели они для всех бонитетов находятся в районе 0,02, что является малой по величине поправкой, но очень существенной для расчета числа деревьев. Данные по критерию эффективности говорят о применимости предложенной модели для лесоводческой практики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Александров Г.А., Голицын Г.С. Критерий подобия для роста лесных насаждений // Докл. АН. 2012. Т. 446, № 1. С. 110–113.
Alexandrov G.A., Golitsyn G.S. A Similarity Criterion for the Forest Stand Growth. *Doklady Akademii nauk = Doklady Biological Sciences*, 2012, vol. 446, no. 1, pp. 110–113. (In Russ.). <https://doi.org/10.1134/S0012496612050018>
2. Волькенштейн М.В. Биофизика. М.: Наука, 1988. 592 с.
Volkenstein M.V. *Biophysics*. Moscow, Nauka Publ., 1988. 592 p. (In Russ.).
3. Зотин А.И. Термодинамический подход к проблемам развития, роста и старения. М.: Наука, 1974. 184 с.
Zotin A.I. *Thermodynamic Approach to the Problems of Development, Growth and Aging*. Moscow, Nauka Publ., 1974. 184 p. (In Russ.).
4. Карев Г.П. Системное моделирование лесных сообществ // Сиб. экол. журн. 2001. № 4. С. 518–528.
Karev G.P. System Modeling of Forest Communities. *Sibirskij ecologiccheskij zhurnal = Siberian Journal of Ecology*, 2001, no. 4, pp. 518–528. (In Russ.).
5. Корзухин М.Д. Построение кривых хода роста древостоев на основе обобщенной модели Бергаланфи по данным государственного лесного реестра // Лесоведение. 2019. № 2. С. 105–114.
Korzukhin M.D. Generalized von Bertalanffy's Model Applied to Yield Curve Calculation Based on the State Forest Inventory Data. *Lesovedenie = Russian Journal of Forest Science*, 2019, no. 2, pp. 105–114. (In Russ.). <https://doi.org/10.1134/S0024114819020049>
6. Корзухин М.Д., Семевский Ф.Н. Синэкология леса. СПб.: Гидрометеиздат, 1992. 192 с.
Korzukhin M.D., Semevskiy F.N. *Synecology of Forest*. Saint Petersburg, Gidrometeoizdat Publ., 1992. 192 p. (In Russ.).
7. Лисицын В.И. Эколого-физиологическая модель динамики роста однопородного древостоя // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2017. Т. 5, № 1(27). С. 213–215.
Lisitsyn V.I. An Ecological and Physiological Model of the Dynamics of Growth of One-Species Tree Stands. *Aktual'nye napravleniya nauchnyh issledovanij xxi veka: teoria i praktika = Current Directions of Scientific Research of the XXI Century: Theory and Practice*, 2017, vol. 5, no. 1(27), pp. 213–215. (In Russ.).
8. Лисицын В.И., Мусиевский А.Л., Сериков М.Т. Математическое моделирование и оптимизация роста смешанных насаждений // Математическое моделирование, компьютерная оптимизация технологий, параметров оборудования и систем управления лесного комплекса. Воронеж: ВГЛТА, 1997. С. 139–143.
Lisitsyn V.I., Musiyevskiy A.L., Serikov M.T. Mathematical Modeling and Optimization of Growth of Mixed Plantations. *Mathematical Modelling, Computer Optimization of Technologies, Equipment Parameters and Control Systems of the Forest Sector*. Voronezh, VGLTA Publ., 1997, pp. 139–143. (In Russ.).
9. Саушкин В.В., Матвеев Н.Н., Постников В.В., Камалова Н.С., Лисицын В.И., Евсикова Н.Ю., Жужукин К.В., Нгуен Хоай Тхьонг. Исследование влияния импульсного магнитного поля и адсорбированной воды на свойства древесины методом инфракрасной спектроскопии // Лесотехн. журн. 2018. Т. 8, № 2(30). С. 222–232.
Saushkin V.V., Matveev N.N., Postnikov V.V., Kamalova N.S., Lisitsyn V.I., Evsikova N.Yu., Zhuzhukin K.V., Nguen H.T. Investigation of the Influence of Pulse Magnetic Field and Adsorbed Water on the Properties of Wood by the Method of Infrared Spectroscopy. *Lesotekhnicheskiy zhurnal = Forestry Engineering Journal*, 2018, vol. 8, no. 2(30), pp. 222–232. (In Russ.). https://doi.org/10.12737/article_5b24061b468a19.01199073

10. Швиденко А.З., Щепашченко Д.Г., Нильсон С., Булуй Ю.И. Таблицы и модели хода роста и продуктивности насаждений основных лесообразующих пород Северной Евразии: (нормативно-справочные материалы). Изд. 2-е. М.: Рослесхоз, Междунар. ин-т приклад. систем. анализа, 2008. 886 с.

Shvidenko A.Z., Shchepashchenko D.G., Nil'son S., Buluy Yu.I. *Tables and Models of Yield and Biological Productivity of the Main Forest-Forming Species Stands of Northern Eurasia: (Regulatory and Reference Materials)*. Moscow, Rosleskhoz Publ., 2008. 886 p. (In Russ.).

11. Alexandrov G.A., Golitsyn G.S. Biological Age from the Viewpoint of Thermodynamic Theory of Ecological Systems. *Ecological Modelling*, 2015, vol. 313, pp. 103–108. <https://doi.org/10.1016/j.ecolmodel.2015.06.022>

12. Jorgensen S.E., Svirezhev Y.V. *Towards a Thermodynamic Theory for Ecological Systems*. Oxford, Elsevier, 2004. 366 p.

13. Landsberg J. Modelling Forest Ecosystems: State of the Art, Challenges, and Future Directions. *Canadian Journal of Forest Research*, 2003, vol. 33, no. 3, pp. 387–395. <https://doi.org/10.1139/x02-129>

14. Larocque G.R. Forest Models. *Encyclopedia of Ecology*. Ed. by S.E. Jørgensen, B.D. Fath. Amsterdam, Elsevier, 2008, pp. 1663–1673.

15. Nash J.E., Sutcliffe J.V. River Flow Forecasting through Conceptual Models Part I – a Discussion of Principles. *Journal of Hydrology*, 1970, vol. 10, iss. 3, pp. 282–290. [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(70\)90255-6](https://doi.org/10.1016/0022-1694(70)90255-6)

16. Ogawa K. Mathematical Consideration of the Age-Related Decline in Leaf Biomass in Forest Stands under the Self-Thinning Law. *Ecological Modelling*, 2018, vol. 372, pp. 64–69. <https://doi.org/10.1016/j.ecolmodel.2018.01.015>

17. Prigogine I. *Etude thermodynamique des phénomènes irréversibles*. Thesis. Liège, Desoer, 1947. 143 p. (In Fr.).

18. Robinson A.P., Ek A.R. The Consequences of Hierarchy for Modeling in Forest Ecosystems. *Canadian Journal of Forest Research*, 2000, vol. 30, no. 10, pp. 1837–1846. <https://doi.org/10.1139/x00-117>

19. Von Bertalanffy L. *Biophysik des Fließgleichgewichts*. Wiesbaden, Springer, 1953. 56 p. (In Ger.). <https://doi.org/10.1007/978-3-663-20198-4>

20. Zhang X., Cao Q.V., Wang H., Duan A., Zhang J. Projecting Stand Survival and Basal Area Based on a Self-Thinning Model for Chinese Fir Plantations. *Forest Science*, 2020, vol. 66, iss. 3, pp. 361–370. <https://doi.org/10.1093/forsci/fxz086>

Конфликт интересов: Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов
Conflict of interest: The authors declare that there is no conflict of interest