

УДК 674.08

DOI: 10.17238/issn0536-1036.2019.6.213

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В МАССИВЕ КУЧИ ИЗМЕЛЬЧЕННОЙ ДРЕВЕСИНЫ

А.Н. Деснев^{1,2}, *ст. преподаватель*; ORCID: [0000-0002-7941-645X](https://orcid.org/0000-0002-7941-645X)

*Г.Ф. Прокофьев*¹, *д-р техн. наук, проф.*; ResearcherID: [G-9482-2019](https://orcid.org/G-9482-2019);

ORCID: [0000-0003-4494-4989](https://orcid.org/0000-0003-4494-4989)

*В.Ю. Тюриков*¹, *магистрант*; ORCID: [0000-0002-6358-5822](https://orcid.org/0000-0002-6358-5822)

¹Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова, г. Архангельск, Россия, 163002; e-mail: nvd1975@yandex.ru

²ООО «АРХПОЖСЕРВИС», просп. Чумбарова-Лучинского, д. 30, этаж 2, помещение 2, г. Архангельск, Россия, 163000; e-mail: a.n.desnev@yandex.ru

Хранение измельченных древесных материалов на лесоперерабатывающих предприятиях осуществляется открытым способом в сформированных кучах различных размеров и форм. Недостатком при хранении измельченной древесной массы таким способом является неконтролируемый процесс самонагрева щепы до критических температур под воздействием термофильных микроорганизмов. При отсутствии должного контроля за этим процессом теряется полезная масса древесины, в значительной степени ухудшается ее качество и появляется риск возгорания. Для предотвращения негативных последствий необходимо отводить избыточную тепловую энергию из массива измельченного древесного материала в окружающую среду. Отвод тепла позволит установить контроль над тепловыми процессами и организовать управление температурными полями внутри кучи. Для осуществления технологических мероприятий могут быть использованы тепловые трубы. Такой способ эффективен, не требует привлечения коммерческого энергопотребления и экологически безопасен. Для обоснования решения проведены теоретические исследования процессов, протекающих в массиве кучи измельченной древесины. Цель работы – установление математических закономерностей, описывающих влияние наиболее существенных факторов на процессы самонагрева измельченной древесины, хранящейся в сформированных конусных кучах на открытых складах. При проведении исследований использовали методы математического моделирования, теории вероятностей и математической статистики с применением вычислительных программных комплексов. В результате получена система уравнений, моделирующих процессы самонагрева измельченной древесины и позволяющих прогнозировать формирование температурного поля внутри кучи к заданному временному интервалу, что позволит разработать методы безопасного хранения технологической щепы.

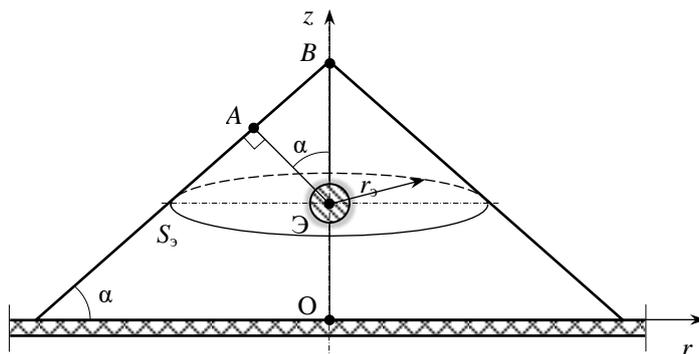
Для цитирования: Деснев А.Н., Прокофьев Г.Ф., Тюриков В.Ю. Моделирование температурного поля в массиве кучи измельченной древесины // Лесн. журн. 2019. № 6. С. 213–223. (Изв. высш. учеб. заведений). DOI: 10.17238/issn0536-1036.2019.6.213

Ключевые слова: хранение измельченной древесины, щепы, тепловая труба, теплопроводность дисперсных материалов, теплоемкость дисперсных материалов, самонагревание древесины.

Введение

Разработка и практическая реализация эффективных мер по сохранности кондиционных характеристик технологической щепы в процессе хранения открытым способом, обеспечение технологической и экологической безопасности при таком хранении требуют комплексного учета всех факторов, влияющих на процессы, происходящие в куче щепы.

Принимаем, что куча щепы имеет правильную симметричную коническую форму, ось симметрии которой перпендикулярна основанию кучи. На рисунке представлена цилиндрическая система координат созданной модели.



Цилиндрическая система координат модели кучи щепы: Э – эпицентр ядра кучи; r_3 – радиус кучи на участке эпицентра; S_3 – площадь поверхности на участке эпицентра ядра; α – угол естественного откоса; z – ось симметрии; A – ближайшая точка на поверхности кучи от эпицентра ядра; B – точка на вершине кучи щепы

The cylindrical coordinate system of the model of a heap of chips: Э – epicenter of the heap core; r_3 – heap radius at the epicenter site; S_3 – surface area at the core epicenter site; α – angle of natural repose; z – axis of symmetry; A – the nearest point on the heap surface from the core epicenter; B – a point on the top of the heap of chips

Будем считать, что основание кучи имеет идеально ровную поверхность, его температура одинакова во всех точках. Оценим отклонения от сделанных предположений в реальных условиях, оказывающих влияние на результаты моделирования. Массив кучи щепы рассматривается как многофазная, многокомпонентная дисперсная смесь. Ее твердыми компонентами являются фракция щепы, а также примеси и загрязнения, наличием которых при первичном анализе можно пренебречь. К газовым компонентам относятся элементы воздуха, содержащиеся в массиве щепы между частицами фракции. Воздух и частицы щепы – наиболее важные компоненты смеси, поскольку их объемная и массовая доли высоки. Влага, помимо пара, присутствует в составе воздуха в виде свободной воды, во фракции щепы – в связанном состоянии или в виде жидкой фазы на поверхности частиц щепы.

Химический состав воздуха, количество влаги во всех трех состояниях (в составе древесины, в жидкой и газообразной фазах) оказывают ключевое влияние на скорость протекания микробиологических процессов, формирование тепла в эпицентре нагрева и на процесс отвода тепла из эпицентра кучи через многокомпонентную дисперсную массу в окружающую среду.

Насыпная плотность многокомпонентной древесной смеси неоднородна по объему кучи, поэтому является функцией координат. Она, наряду с теплоемкостью и теплопроводностью, определяет значение коэффициента температуропроводности всего массива – основного параметра, характеризующего интенсивность теплообмена в куче.

Объекты и методы исследования

В качестве исследуемого объекта принята модель кучи измельченной древесины в виде конуса.

Процесс распространения тепловой волны от эпицентра нагрева (эпицентра температуры) можно графически охарактеризовать расположением изотерм в массиве кучи щепы [22]. Он протекает по-разному на различных временных стадиях. В начальный период времени основная масса щепы еще

не испытывает нагрев, и теплообмен с внешним воздухом через поверхность кучи практически отсутствует. В предположении о пространственной однородности плотности смеси получим процесс распространения тепла в массиве, полностью эквивалентный процессу распространения тепла от компактного (точечного) источника в бесконечной среде. Такой процесс характеризуется концентрическими сферическими изотермами с центром в эпицентре нагрева. По мере повышения температуры по всему объему кучи и возникновения теплообмена через ее поверхность изотермы будут деформироваться [13, 14].

Для формальной записи соотношений между переменными модели применим уравнение теплопроводности, которое может быть записано в общем виде с использованием законов Фика и Фурье для тепловых процессов [5]:

$$c\rho\partial_t u = \operatorname{div} \vec{f}, \quad (1)$$

где c – теплоемкость; ρ – плотность среды (материала) в данной точке; u – температура, рассматриваемая как функция координат и времени; \vec{f} – вектор потока тепловой энергии в малой локальной окрестности текущей точки пространства в данный момент времени.

Операция взятия дивергенции вектора:

$$\operatorname{div} \vec{f} = \langle \operatorname{grad}, \vec{f} \rangle. \quad (2)$$

Для точки, расположенной внутри массива кучи, и для точки, расположенной на поверхности кучи (границе раздела с внешним воздухом), модели (и соответствующие формальные математические выражения для вектора потока тепловой энергии) будут различными. Так, для точки, расположенной в массиве кучи щепы, имеем:

$$\vec{f} = k \operatorname{grad} u, \quad (3)$$

где k – коэффициент теплопроводности среды (материала).

Тогда запишем уравнение теплопроводности:

$$c\rho\partial_t u = k\Delta u, \quad (4)$$

или

$$\partial_t u = k\Delta u, \quad (5)$$

где k – коэффициент температуропроводности системы, $k = \frac{\kappa}{c\rho}$ Δ – оператор

Лапласа в соответствующей системе пространственных координат, $\Delta = \operatorname{div} \operatorname{grad} = \langle \operatorname{grad}, \operatorname{grad} \rangle$.

Как отмечено выше, коэффициент температуропроводности материала (смеси), составляющего кучу щепы, в общем случае зависит от пространственных координат и является различным для разных участков массива кучи, что вызвано, прежде всего, различными уплотнением материала кучи в разных местах и его влажностью [8, 10]. В связи с этим условием уравнение теплопроводности системы несколько усложняется:

$$\partial_t u = \operatorname{div}(k \operatorname{grad} u) = k\Delta u + \langle \operatorname{grad} k, \operatorname{grad} u \rangle. \quad (6)$$

В случае прямоугольной декартовой системы координат

$$\Delta = \sum_i \partial_i^2. \quad (7)$$

Для введенной выше системы координат осесимметричной цилиндрической кучи щепы, в которой ось z совпадает с осью симметрии кучи, запишем оператор Лапласа в уравнении теплопроводности:

$$\Delta = \partial_r^2 + \frac{1}{r} \partial_r + \frac{1}{r^2} \partial_\phi^2 + \partial_z^2. \quad (8)$$

Таким образом, уравнение теплопроводности для теплового обмена и теплового баланса в куче щепы открытого хранения является существенно трехмерным, температура частиц щепы, формирующей поверхность кучи, – функцией трех пространственных координат:

$$u = u(r, z, \varphi). \quad (9)$$

Поскольку координата циклическая, запишем граничное условие по ней для любых r и z :

$$u(r, z, 0) = u(r, z, 2\pi). \quad (10)$$

На поверхности кучи тепловой поток пропорционален разности температур кучи и внешнего воздуха с коэффициентом пропорциональности [15], равным коэффициенту теплоотдачи от поверхности кучи к внешнему воздуху. Вектор теплового потока направлен по нормали к поверхности таким образом, что граничное условие для уравнения теплопроводности на поверхности кучи есть условие 3-го рода:

$$|\vec{f}| = \alpha(u - u_{\text{вн}}); \quad (11)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \vec{n}} = \alpha(u - u_{\text{вн}}), \quad (12)$$

где α – коэффициент теплоотдачи; $\frac{\partial u}{\partial \vec{n}}$ – оператор взятия нормальной производной, понимается в усредненном смысле, а именно к поверхности кучи щепы; $u_{\text{вн}}$ – температура массы внешнего воздуха.

Ввиду дисперсного характера материала кучи производная по нормали к поверхности должна рассматриваться в качестве границы кучи и представлять достаточно гладкую (кусочно-гладкую) поверхность минимального объема, ограниченную геометрическими размерами [16, 17]. Для части границы кучи, которая обращена к поверхности основания кучи, в качестве внешней температуры следует брать температуру поверхности и соответствующий коэффициент теплоотдачи α_0 :

$$\frac{\partial u}{\partial \vec{n}} = \alpha_0(u - u_0). \quad (13)$$

Значение коэффициента теплоотдачи от поверхности кучи щепы к внешнему воздуху может быть оценено с использованием положений гидродинамической теории размерности и подобия [18, 19].

В принятых условиях, при которых щепы хранятся в виде кучи на открытом складе, возможны два режима теплообмена между поверхностью кучи щепы и внешним воздухом: 1 – режим свободной конвекции; 2 – режим слабой вынужденной конвекции [4, 9].

Второй режим возможно реализовать при условии принудительного движения внешних воздушных масс вокруг кучи щепы, вызванного ветром.

Для первого режима зависимость числа Нуссельта от числа Рэлея, справедливая для конвективного ламинарного режима охлаждения, где ($Ra < 6 \cdot 10^{10}$) – поправочный коэффициент зависимости от температур охладителя и охлаждающей поверхности, равный отношению чисел Прандтля Pr для охладителя при его собственной температуре T_c и температуре охлаждаемой поверхности T_w :

$$Nu = 0,6Ra^{1/4}\varepsilon_T; \quad (14)$$

$$\varepsilon_T = \left(\frac{Pr(T_c)}{Pr(T_w)} \right). \quad (15)$$

Указанное соотношение верно для вертикально расположенной поверхности охлаждения. Для наклонных и горизонтально расположенных поверхностей вводится поправочный коэффициент, который в зависимости от угла наклона касательной плоскости к поверхности охлаждения в рассматриваемой точке изменяется от 0,7 (для горизонтальной поверхности охлаждения, обращенной своей охлаждаемой стороной вниз) до 1,3 (для поверхности охлаждения, наклонно обращенной охлаждаемой стороной вверх) [1–2, 5]. Для вертикальной охлаждаемой поверхности указанный поправочный коэффициент равен 1.

Это соотношение может быть использовано и для вынужденного режима охлаждения в случае ламинарного обтекания поверхности кучи щепы потоками внешнего воздуха. Критерием ламинарности движений внешнего воздуха является соотношение $Ra < 6 \cdot 10^{10}$, где число Рэлея есть произведение чисел Прандтля и Грасгофа:

$$Ra = Gr \cdot Pr; \quad (16)$$

$$Pr = \frac{\nu}{k_c} = \frac{\mu c}{\kappa_c}; \quad (17)$$

$$Gr = \frac{g l^3}{\nu^2} \Delta T_c, \quad (18)$$

где ν – кинематическая вязкость охладителя; k_c – коэффициент температуропроводности охлаждающего агента; μ – динамическая вязкость охладителя, $\mu = \rho_c \nu$; g – ускорение свободного падения, κ_c – коэффициент теплопроводности охлаждающего агента; l – характерный линейный размер зоны охлаждения; ΔT_c – характерная разность температур (например, между температурами охладителя и охлаждаемой поверхности) при вынужденной конвекции в турбулентном режиме течения охлаждающего агента (внешнего воздуха).

Поправочный коэффициент ε_T был определен ранее через числа Прандтля для охладителя при его собственной температуре и температуре охлаждаемой поверхности. Число Прандтля в формуле необходимо вычислять при температуре охлаждающей жидкости. В некоторых исследованиях отмечается, что вместо 1/3 для показателя степени числа Прандтля в вышеприведенной формуле следует использовать значения в диапазоне 0,40...0,45.

Определим числа Нусельда и Рейнольдса:

$$Nu = 0,0296 Re^{4/5} Pr^{1/3} \varepsilon_T; \quad (19)$$

$$Re = \frac{\nu l}{\nu} = \frac{\rho_c \nu l}{\mu}, \quad (20)$$

где ν – характерная скорость движения охладителя вблизи поверхности; ρ_c – плотность охлаждающего агента.

Отметим, что для вычисления чисел Рейнольдса и Грасгофа необходимо оценить характерный линейный размер, который в случае охлаждения кучи щепы потоками внешнего воздуха может быть найден как расстояние от поверхности земли до высоты максимального нарастания скорости воздушного потока [11, 12].

Число Нусельда в данном случае определяется как

$$Nu = \frac{\alpha l}{\kappa_c}, \quad (21)$$

где κ_c – теплопроводность охлаждающего агента (внешнего воздуха), обтекающего охлаждаемую поверхность кучи щепы.

С учетом того, что k_c – температуропроводность охлаждающего агента, $k_c = \frac{\kappa_c}{c_c \rho_c}$ (где c_c – теплоемкость охлаждающего агента, ρ_c – его плотность),

число Нуссельта может быть записано как

$$\text{Nu} = \frac{\alpha l}{\kappa_c c_c \rho_c}. \quad (22)$$

На основании приведенных выше соотношений используем следующее представление теплового потока от поверхности кучи к внешнему воздуху:

$$q = \frac{\text{Nu} \kappa_c}{l} (u - u_{\text{вн}}). \quad (23)$$

Ввиду многокомпонентного дисперсного характера массива щепы возникает «квазифрактальная» структура, применимая к поверхности кучи щепы. Согласно теории фракталов Б. Мандельброта [18], вблизи поверхности кучи щепы образуется малоподвижный пограничный слой охлаждающего агента. В этом случае теплоотдача от кучи проходит условно в два этапа: от частиц щепы, формирующих поверхность кучи, к пограничному слою; от пограничного слоя к основной массе внешнего воздуха, совершающей свободное конвекционное или вынужденное (под воздействием ветра) движение. Тогда оценка для теплового потока (плотности теплового потока) от поверхности кучи щепы к внешнему воздуху может быть записана в следующем виде:

$$q = 2\text{Re}^{1/2} \text{Pr}_c^{1/6} \kappa_c (\Delta u_1 \Delta u_2)^{1/2} / l. \quad (24)$$

При этом используем ранее приведенные обозначения, а разности температур определим как

$$\Delta u_2 = u_{\text{skin}} - u_{\text{вн}}; \quad (25)$$

$$\Delta u_1 = u - u_{\text{skin}}, \quad (26)$$

где u_{skin} – температура охлаждающего агента в пограничном слое.

Внутри эпицентра температуры (т. е. в простейшем случае сферически-симметричного эпицентра при $r < R$ (где r – радиус зоны максимального нагрева; R – радиус эпицентра)) к тепловому потоку градиентной природы следует добавить источник тепла, определяемый разогревом щепы в эпицентре под действием протекающих там физико-химических процессов (преимущественно процессов медленного окисления продуктов щепы, а при повышении температуры щепы в эпицентре выше некоторого предела – процессов тления). Тогда при $r < R$:

$$\partial_t u = k \Delta u + Q. \quad (27)$$

Поскольку локальный разогрев усиливает процессы медленного окисления древесных материалов, плотность источника тепла в точках эпицентра зависит от самой температуры в данной точке и ее локального градиента. Это приводит рассматриваемую модель в класс нелинейных моделей с аддитивной нелинейностью [20]:

$$Q = Q(u, \text{grad}u); \quad (28)$$

$$\partial_t u = k \Delta u + Q(u, \text{grad}u). \quad (29)$$

В случае асимметрии трехмерная задача может быть сведена к двумерной посредством метода Фурье для решения смешанных краевых задач применительно к уравнению теплопроводности. Для этого температурное поле в куче щепы представим в следующем виде:

$$u(r, z, \varphi) = e^{im\varphi}v(r, z), \quad (30)$$

где m – целое число.

Подстановка данного представления в уравнение теплопроводности приведет к уравнению для $v(r, z)$:

$$\partial_t v = k\partial_r^2 v + k\frac{1}{r}\partial_r v - \frac{km^2}{r^2}v + k\partial_z^2 v + Q, \quad (31)$$

а при $m = 0$:

$$\partial_t v = k\partial_r^2 v + k\frac{1}{r}\partial_r v + k\partial_z^2 v + Q. \quad (32)$$

Общее решение задачи для материала выразится рядом Фурье:

$$u(r, z, \varphi) = \sum_m C_m v_m(r, z) e^{im\varphi}. \quad (33)$$

Поскольку температура материала, составляющего кучу щепы, является действительной величиной, то общее решение задачи перепишем в следующем виде:

$$u(r, z, \varphi) = \sum_m A_m v_{1m}(r, z) \sin m\varphi + B_m v_{2m}(r, z) \cos m\varphi. \quad (34)$$

Коэффициенты A_m и B_m определим из начальных условий, т. е. из начального распределения температуры в куче щепы. Интегрирование по переменным r и z произведем по всей поверхности кучи щепы:

$$A_m = \int_0^{2\pi} d\varphi \iint u(r, z, \varphi)|_{t=0} v_{1m}(r, z) \sin m\varphi r dr dz; \quad (35)$$

$$B_m = \int_0^{2\pi} d\varphi \iint u(r, z, \varphi)|_{t=0} v_{2m}(r, z) \cos m\varphi r dr dz. \quad (36)$$

Если источник тепла в эпицентре разогрева является сферически-симметричным или по меньшей мере осесимметричным, т. е. не зависит от угла φ , то уравнения для различных «мод» по углу φ для функций $v_{1m}(r, z)$ и $v_{2m}(r, z)$ являются независимыми. Если при этом начальное распределение температуры в куче щепы не зависит от угла φ , то распределение температуры в любой момент времени будет осесимметричным и не будет зависеть от угла φ . Таким образом, истинная осесимметричность решения определяется не только геометрией кучи, но и осесимметричным распределением начальной температуры кучи, а также независимостью от угла φ источников тепла и коэффициентов в уравнении теплопроводности [8].

Дальнейшее разделение переменных методом Фурье не может быть использовано для данного случая, поскольку область, в которой идет поиск решения двумерной задачи в виде уравнения теплопроводности для температуры материала, составляющего кучу щепы, не является прямоугольной:

$$u(r, z, \varphi) = e^{im\varphi} V(z) W(r), \quad (37)$$

где $V(z)$ – скорость передачи тепла по материалу вдоль оси симметрии; $W(r)$ – влажность в радиусе передачи тепла по материалу кучи щепы.

Сечение кучи, проходящее через ось симметрии, представляет собой треугольник (см. рисунок). По этой причине переменные r и z не могут быть разделены. Следовательно, необходимо использовать численные методы решения двумерного уравнения для функции $v(r, z)$.

При численном решении уравнения математической физики для теплопроводности важнейшим вопросом является обеспечение точности (ненаращения погрешности) при численном счете и устойчивости применения вычислительного алгоритма на разностной схеме (исключение возникновения высокочастотных «нефизических» колебаний большой амплитуды, искажающих получаемое численным счетом решение) [6–8].

Пусть центральная точка шаблона разностной схемы по пространству (r, z) , тогда имеем:

$$\begin{aligned} & \frac{v(r, z, t + \tau) - v(r, z, t)}{\tau} = \\ & = k \left[\frac{v(r + h_r, z, t) - 2v(r, z, t) + v(r - h_r, z, t)}{h_r^2} + \frac{v(r, z + h_z, t) - 2v(r, z, t) + v(r, z - h_z, t)}{h_z^2} \right] + \\ & + \frac{k}{2r} \left[\frac{v(r + h_r, z, t) - v(r - h_r, z, t)}{h_r} \right] + Q(r, z), \end{aligned} \quad (38)$$

где τ – шаг конечно-разностной схемы по времени; h_r и h_z – шаги по пространственным переменным.

Выбор шагов по пространству определяется следующими условиями:

$$\left| u(r + h_r, z, t) - u(r, z, t) \right| \leq \Delta_u; \quad (39)$$

$$\left| u(r, z + h_z, t) - u(r, z, t) \right| \leq \Delta_u, \quad (40)$$

где Δ_u – заданная точность (погрешность) моделирования.

Условия данного типа должны также выполняться в начальный момент времени для начального распределения температуры в куче щепы.

Благодаря принципу максимума, справедливому при решении уравнения теплопроводности, для моделей многих тепловых систем выполнение условий ограниченной погрешности по пространству в начальный момент времени (для начального распределения температуры в среде) автоматически обеспечивает выполнение такого условия в последующие моменты времени [21]. Разумеется, это справедливо при правильном выборе шага по времени для проведения расчетов с использованием рассматриваемой разностной схемы. Шаг по времени может быть выбран из условия устойчивости явной схемы:

$$\left(\frac{k\tau}{h_r^2} + \frac{k\tau}{h_z^2} \right) \ll \frac{1}{2}, \quad (41)$$

или в эквивалентной форме (считая, что среда изотропная):

$$\max \left\{ \frac{k\tau}{h_r^2}, \frac{k\tau}{h_z^2} \right\} \ll \frac{1}{4}. \quad (42)$$

Запишем условие ограниченного нарастания погрешности во времени:

$$\max \left\{ \frac{k\tau}{h_r^2}, \frac{k\tau}{h_z^2} \right\} \approx \left(\frac{\Delta t}{\tau} \right)^{-1}, \quad (43)$$

где Δt – оценка полной длительности времени, для которого будет производиться расчет.

Если коэффициент k зависит от температуры ($k = k(u)$), необходимо использовать следующие оценки:

$$\max_u \left(\frac{k(u)\tau}{h_r^2} + \frac{k(u)\tau}{h_z^2} \right) \ll \frac{1}{2}; \quad (44)$$

$$\max_u \max \left(\frac{k(u)\tau}{h_r^2}, \frac{k(u)\tau}{h_z^2} \right) \ll \frac{1}{4}; \quad (45)$$

$$\max_u \max \left(\frac{k(u)\tau}{h_r^2}, \frac{k(u)\tau}{h_z^2} \right) \ll \left(\frac{\Delta t}{\tau} \right)^{-1}. \quad (46)$$

На поверхности кучи щепы (границе с внешним воздухом) разностное уравнение модифицируется, поскольку производные на границе заменяются на свои выражения в силу рассмотренных ранее граничных условий 3-го рода (формула (46)). Рассмотрим, как модифицируется разностное уравнение, аппроксимирующее исходное уравнение теплопроводности на поверхности кучи щепы, в зоне ее охлаждения внешним воздухом. Пусть уравнение поверхности кучи щепы в плоском сечении, проходящем через ее ось симметрии (в координатах (r, z)) имеет следующий вид:

$$z = Z(r). \quad (47)$$

В рассматриваемом случае для кучи конической формы

$$z = b_2 - b_1 r, \quad (48)$$

где b_1, b_2 – размеры зоны охлаждения на границе с внешним воздухом.

Тогда

$$\frac{u(r, Z(r), t + \tau) - u(r, Z(r), t)}{\tau} = \left[\begin{aligned} &k \frac{u(r + h_r, Z(r), t) - u(r, Z(r), t)}{h_r^2} + \alpha \frac{u_{\text{вн}} - u(r, Z(r), t)}{h_r} \langle \vec{n}(Z(r)), \vec{e}_r \rangle + \\ &+ k \frac{u(r, Z(r) + h_z, t) - u(r, Z(r), t)}{h_z^2} + \alpha \frac{u_{\text{вн}} - u(r, Z(r), t)}{h_z} \langle \vec{n}(Z(r)), \vec{e}_z \rangle \dots \end{aligned} \right], \quad (49)$$

где $\vec{n}(Z(r))$ – единичный вектор нормали к кривой (поверхности) $Z(r)$; \vec{e}_r и \vec{e}_z – орты системы координат (единичные векторы в направлении осей r и z).

Запишем условия устойчивости разностной схемы и ограниченного нарастания погрешности расчета во времени на границе поверхности:

$$\left(\frac{k\tau}{h_r^2} + \frac{\alpha\tau}{h_r} + \frac{k\tau}{h_z^2} + \frac{\alpha\tau}{h_z} \right) \ll 1; \quad (50)$$

$$\left(\frac{k\tau}{h_r^2} + \frac{\alpha\tau}{h_r} + \frac{k\tau}{h_z^2} + \frac{\alpha\tau}{h_z} \right) \approx \left(\frac{\Delta t}{\tau} \right)^{-1}. \quad (51)$$

Несмотря на существенный прогресс в моделировании свойств дисперсных древесных материалов, для уточненных выводов по определению базовых параметров, включающих коэффициент теплопроводности, необходимо проведение экспериментальных исследований.

Выводы

1. Создана математическая модель формирования тепловых полей в массиве кучи измельченной древесины при хранении.

2. Установлено, что при формировании насыпных куч технологической щепы необходимо учитывать состав древесного материала и температурно-влажностные условия в массиве кучи.

3. Математическая модель может быть применена при совершенствовании процесса хранения технологической щепы, оперативного контроля и управления процессом теплоотвода из массива кучи измельченной древесины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Авдучевский В.С., Сорокин В.П., Ягодкин И.В. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. М.: Машиностроение, 1975. 256 с. [Avduyevskiy V.S., Sorokin V.P., Yagodkin I.V. *Heat Transfer Principles in Rocket and Space Equipment*. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1975. 256 p.]
2. Белозерцев В.Н., Бирюк В.В., Толстоногов А.П. Теплотехника. Самара: Самар. ун-т; 2001. 86 с. [Belozertsev V.N., Biryuk V.V., Tolstonogov A.P. *Heat Engineering*. Samara, Samarskiy universitet Publ., 2001. 86 p.]
3. Ивановский М.Н., Сорокин В.П., Ягодкин И.В. Физические основы тепловых труб. М.: Атомиздат, 1978. 256 с. [Ivanovskiy M.N., Sorokin V.P., Yagodkin I.V. *Physical Principles of Heat Pipes*. Moscow, Atomizdat Publ., 1978. 256 p.]
4. Исаев С.И., Кожин И.А., Кофанов В.И. Теория теплообмена / под ред. А.И. Леонтьева. М.: Высш. шк., 1979. 495 с. [Isayev S.I., Kozhinov I.A., Kofanov V.I. *Theory of Heat and Mass Exchange*. Ed. by A.I. Leont'yev. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1979. 495 p.]
5. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоиздат, 1981. 417 с. [Isachenko V.P., Osipova V.A., Sukomel A.S. *Heat Transfer*. Moscow, Energoizdat Publ., 1981. 417 p.]
6. Кошкин В.К., Калинин Э.К. Теплообменные аппараты и теплоносители. М.: Машиностроение, 1971. 200 с. [Koshkin V.K., Kalinin E.K. *Heat Exchangers and Heat Carriers*. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1971. 200 p.]
7. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. 5-е изд., перераб. и доп. М.: Атомиздат, 1979. 416 с. [Kutateladze S.S. *Fundamentals of the Theory of Heat Exchange*. Moscow, Atomizdat Publ., 1979. 416 p.]
8. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967. 600 с. [Lykov A.V. *Theory of Thermal Conductivity*. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1967. 600 p.]
9. Лыков А. В. Теплообмен: справ. М.: Энергия, 1971. 479 с. [Lykov A.V. *Heat and Mass Exchange: Handbook*. Moscow, Energiya Publ., 1971. 479 p.]
10. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. 2-е изд. М.: Энергия, 1977. 343 с. [Mikheyev M.A., Mikheyeva I.M. *Heat Transfer Principles*. Moscow, Energiya Publ., 1977. 343 p.]
11. Николаев Г.П., Изотеева О.Ю. Расчет рабочих характеристик контурных тепловых труб // Молодой ученый. 2012. № 3. С. 17–25. [Nikolayev, G.P., Zoteyeva O.Yu. Performance Analysis of Loop Heat Pipes. *Molodoy uchenyy* [Young Scientist], 2012, no. 3, pp. 17–25].
12. Угланов Д.А. Численное моделирование тепловых процессов аппаратов. Самара: Самар. ун-т, 2017. 34 с. [Uglanov D.A. *Numerical Simulation of Thermal Processes of Apparatus*. Samara, Samarskiy universitet Publ., 2017. 34 p.]
13. Юдаев Б.Н. Теплопередача. М.: Высш. шк., 1973. 359 с. [Yudayev B.N. *Heat Transfer*. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1973. 359 p.]
14. Юрьев В.Н., Лебедев П.Д. Теплотехнический справочник: в 2 т. Т. 2. 2-е изд., перераб. М.: Энергия, 1976. 896 с. [Yur'yev V.N., Lebedev P.D. *Heat Engineering Handbook*. In 2 vol. Vol. 2. Moscow, Energiya Publ., 1976. 896 p.]
15. Braza M., Chassiang P., Ha Minh H. Numerical Study and Physical Analysis of Pressure and Velocity Field in the Near Wake of a Circular Cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 1986, vol. 165, pp. 79–130. DOI: [10.1017/S0022112086003014](https://doi.org/10.1017/S0022112086003014)
16. Lef B.I., Kesler M.G. A Generalized Thermodynamic Correlation Based on Three-Parameter Corresponding States. *AIChE Journal*, 1975, vol. 21, iss. 3, pp. 510–527. DOI: [10.1002/aic.690210313](https://doi.org/10.1002/aic.690210313)
17. LeVeque R.J. *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*. Cambridge, Cambridge University Press, 2002. 558 p.
18. Mandelbrot B.B. *The Fractal Geometry of Nature*. San Francisco, W.H. Freeman, 1982. 468 p.
19. Srinivas M., Ravisankar M.S., Seetharamu K.N., Aswathanarayana P.A. Finite Element Analysis of Internal Flows with Heat Transfer. *Sadhana*, 1994, vol. 19, iss. 5, pp. 785–816. DOI: [10.1007/BF02744405](https://doi.org/10.1007/BF02744405)

20. Stefan J. Ueber die Theorie der Eisbildung, insbesondere über die Eisbildung im Polarmeere. *Annalen der Physik*, 1891, vol. 278, iss. 2, pp. 269–286. DOI: [10.1002/andp.18912780206](https://doi.org/10.1002/andp.18912780206)

21. Varaprasad Patnaik B.S., Gowda Y.T.K., Ravisankar M.S., Aswatha Narayana P.A., Seetharamu K.N. Finite Element Simulation of Internal Flows with Heat Transfer Using a Velocity Correction Approach. *Sadhana*, 2001, vol. 26, iss. 3, pp. 251–283. DOI: [10.1007/BF02703387](https://doi.org/10.1007/BF02703387)

22. Zabarás N., Ruan Y. A Deforming Finite Element Method Analysis of Inverse Stefan Problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1989, vol. 28, iss. 2, pp. 295–313. DOI: [10.1002/nme.1620280205](https://doi.org/10.1002/nme.1620280205)

SIMULATION OF THE TEMPERATURE FIELD IN THE CRUSHED WOOD HEAP MASSIF

A.N. Desnev^{1,2}, Senior Lecturer; ORCID: [0000-0002-7941-645X](https://orcid.org/0000-0002-7941-645X)

G.F. Prokof'ev¹, Doctor of Engineering, Prof.; ResearcherID: [G-9482-2019](https://orcid.org/G-9482-2019);

ORCID: [0000-0003-4494-4989](https://orcid.org/0000-0003-4494-4989)

V.Yu. Tyurikov¹, Master; ORCID: [0000-0002-6358-5822](https://orcid.org/0000-0002-6358-5822)

¹Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov, Naberezhnaya Severnoy Dviny, 17, Arkhangelsk, 163002, Russian Federation;

e-mail: g.prokofjev@narfu.ru, a.n.desnev@yandex.ru

²LLC “ARKhPOZhSERVIS”, prosp. Chumbarova-Luchinskogo, 30, etazh 2, pomeshcheniye 2, Arkhangelsk, 163000, Russian Federation; e-mail: a.n.desnev@yandex.ru

Storage of the crushed wood materials at the wood processing enterprises is carried out in the open air in formed heaps of various sizes and shapes. The disadvantage of such storage is uncontrolled self-heating of chips to critical temperatures driven by thermophiles. The payload mass of wood gets lost, its quality significantly degrades, and a risk of flame development appears without proper control. In order to prevent negative consequences, it is necessary to reject the excess heat energy from the massif of crushed wood material into the environment. Heat rejection will allow to establish control over thermal processes and operate with temperature fields inside a heap. Production engineering measures can be carried out with the use of heat pipes. This method is effective and environmentally friendly; and does not require the involvement of commercial energy consumption. Basic studies of the processes occurring in the heap massif of crushed wood were carried out for solution substantiation. The research purpose is to identify mathematical regularities describing the influence of the key factors on the processes of self-heating of crushed wood stored as the cone-formed heaps in the open air conditions. Methods of mathematical simulation, probability theory and mathematical statistics with the use of computational software systems were used as a part of the study. As a result, a system of equations those simulate the processes of self-heating of crushed wood and allow to predict the temperature field inside a heap to a given time interval is obtained, which will allow developing methods of industrial chips safe storage.

For citation: Desnev A.N., Prokof'ev G.F., Tyurikov V.Yu. Simulation of the Temperature Field in the Crushed Wood Heap Massif. *Lesnoy Zhurnal* [Russian Forestry Journal], 2019, no. 6, pp. 213–223. DOI: [10.17238/issn0536-1036.2019.6.213](https://doi.org/10.17238/issn0536-1036.2019.6.213)

Keywords: storage of crushed wood, chips, heat pipe, thermal conductivity of dispersed materials, heat capacity of dispersed materials, wood self-heating.

Поступила 31.03.19 / Received on March 31, 2019