

Научная статья

УДК 630\*573.22

DOI: 10.37482/0536-1036-2025-2-63-75

## Фитомасса фракций деревьев по модели рангового распределения

Ю.Д. Иванова<sup>1</sup>✉, канд. техн. наук, ст. науч. сотр.; ResearcherID: [AAD-8012-2019](https://orcid.org/0000-0003-3792-4584),

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3792-4584>

А.В. Ковалев<sup>2</sup>, канд. техн. наук, ст. науч. сотр.; ResearcherID: [K-1756-2018](https://orcid.org/0000-0002-9744-768X),

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9744-768X>

В.Г. Суховольский<sup>3</sup>, д-р биол. наук, проф.; ResearcherID: [K-1740-2018](https://orcid.org/0000-0003-0407-2290),

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0407-2290>

<sup>1</sup>Институт биофизики СО РАН Красноярского научного центра СО РАН, Академгородок, д. 50/50, г. Красноярск, Россия, 660036; lulja@yandex.ru✉

<sup>2</sup>Красноярский научный центр СО РАН, Академгородок, д. 50, г. Красноярск, Россия, 660036; sunhi.prime@gmail.com

<sup>3</sup>Институт леса им. В.Н. Сукачёва СО РАН Красноярского научного центра СО РАН, Академгородок, д. 50/28, г. Красноярск, Россия, 660036; soukhovolsky@yandex.ru

Поступила в редакцию 28.03.23 / Одобрена после рецензирования 18.06.23 / Принята к печати 20.06.23

**Аннотация.** Одним из важнейших показателей состояния дерева является его фитомасса. Ее прямые измерения (с рубкой, сушкой и взвешиванием) очень трудозатратны и имеют различную степень надежности. Наименее достоверны данные по фитомассам корней (особенно для деревьев старших возрастов, где прямые раскопки корневой системы требуют значительных усилий). Это обуславливает необходимость разработки моделей расчета фитомасс фракций по достаточно просто и надежно измеряемым таксационным характеристикам. В статье для описания конструкции дерева предлагается использовать модель свободной конкуренции при распределении ресурсов, доступных дереву в процессе роста, между его фракциями (ствол, корни, ветви, листья или хвоя). Модель позволяет рассчитать соотношения между фитомассами фракций. На основе этих расчетов обосновывается метод оценки фитомасс корней. Проанализированы различия параметров моделей распределения фракций по фитомассе для разных древесных пород и различных зон произрастания. Для проверки корректности модели использованы данные из базы В.А. Усольцева (2016) по фитомассам фракций деревьев (6617 записей) в лесных насаждениях Евразии. Вычисленные ранговые распределения для 95 % деревьев различных пород разного возраста, произрастающих в неодинаковых географических условиях, имеют коэффициент детерминации больше 0,96, следовательно, данная модель носит общий характер и хорошо описывает соотношения между фитомассами фракций деревьев. Предлагаемый подход существенно упрощает полевые измерения, однако требует предварительной оценки параметров уравнения возрастной динамики для отдельной породы в конкретных климатических зонах. Проведенные по данным базы В.А. Усольцева расчеты коэффициента конкуренции для сосны обыкновенной *Pinus sylvestris* L. в Сибири на территориях Томской и Новосибирской областей, Алтайского и Красноярского краев показывают близость параметров модели для деревьев одной породы, произрастающих в различных условиях. Использование разработанной модели позволяет оценить фитомассы дерева (включая фитомассу корней) по таким легко измеряемым показателям, как высота дерева и диаметр ствола. Предлагается подход для определения фитомассы корней, при котором вместо проведения их раскопок используются данные о фитомассах надземных фракций дерева.

**Ключевые слова:** лесные насаждения, оценка состояния лесного насаждения, фитомасса, фракции дерева, ранговое распределение

**Благодарности:** Работа выполнена в рамках госзадания ЦЭПЛ РАН (№ 1022090800034-7-1.6.19) в соответствии с распоряжением Правительства Российской Федерации от 2 сент. 2022 г. № 25-15р в целях реализации важнейшего инновационного проекта государственного значения, направленного на создание единой национальной системы мониторинга климатически активных веществ.

**Для цитирования:** Иванова Ю.Д., Ковалев А.В., Суховольский В.Г. Фитомасса фракций деревьев по модели рангового распределения // Изв. вузов. Лесн. журн. 2025. № 2. С. 63–75. <https://doi.org/10.37482/0536-1036-2025-2-63-75>

Original article

## Phytomass of Tree Fractions According to the Rank Distribution Model

**Yulia D. Ivanova**<sup>1</sup>✉, Candidate of Engineering, Senior Research Scientist;

ResearcherID: [AAD-8012-2019](https://orcid.org/0000-0003-3792-4584), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3792-4584>

**Anton V. Kovalev**<sup>2</sup>, Candidate of Engineering, Senior Research Scientist;

ResearcherID: [K-1756-2018](https://orcid.org/0000-0002-9744-768X), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9744-768X>

**Vladislav G. Soukhovolsky**<sup>3</sup>, Doctor of Biology, Prof.; ResearcherID: [K-1740-2018](https://orcid.org/0000-0003-0407-2290),

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0407-2290>

<sup>1</sup>Institute of Biophysics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences Krasnoyarsk Science Center of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Akademgorodok, 50/50, Krasnoyarsk, 660036, Russian Federation; [lulja@yandex.ru](mailto:lulja@yandex.ru)✉

<sup>2</sup>Krasnoyarsk Science Center of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Akademgorodok, 50, Krasnoyarsk, 660036, Russian Federation; [sunhi.prime@gmail.com](mailto:sunhi.prime@gmail.com)

<sup>3</sup>Sukachev Institute of Forest of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences – Division of Federal Research Center “Krasnoyarsk Scientific Center of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences”, Akademgorodok, 50/28, Krasnoyarsk, 660036, Russian Federation; [soukhovolsky@yandex.ru](mailto:soukhovolsky@yandex.ru)

---

Received on March 28, 2023 / Approved after reviewing on June 18, 2023 / Accepted on June 20, 2023

---

**Abstract.** One of the most important indicators of the condition of a tree is its phytomass. Its direct measurements (with cutting, drying and weighing) are very labour-intensive and have varying degrees of reliability. The data on root phytomass are the least reliable (especially for older trees, where direct excavation of the root system requires considerable effort). This necessitates the development of models for calculating the phytomass of fractions based on fairly simple reliably measured inventory characteristics. The article suggests using a free competition model to describe the structure of a tree when distributing resources available to the tree during growth between its fractions (stem, roots, branches, leaves or needles). The model allows calculating the ratios between the phytomasses of fractions. Based on these calculations, a method for estimating root phytomass has been substantiated. The differences in the parameters of the models for the distribution of fractions by phytomass for different tree species and different growth zones have been analyzed. To verify the correctness of the proposed model, data from the database by V.A. Usol'tsev (2016) on the phytomass of tree fractions (6,617 records) in Eurasian forest plantations have been used. The calculated rank distributions for 95 % of trees of various species of different ages growing in different geographical conditions have a coefficient of determination greater than 0.96, therefore, this

model is of a general nature and describes well the relationships between the phytomass fractions of trees. The proposed approach significantly simplifies field measurements, but requires a preliminary assessment of the parameters of the equation of age dynamics for a particular species in specific climatic zones. Calculations of the competition coefficient for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) in Siberia in the territories of the Tomsk and Novosibirsk Regions, the Altai and Krasnoyarsk Territories based on the data from the database by V.A. Usoltsev show the proximity of the model parameters for trees of the same species growing in different conditions. The use of the developed model makes it possible to estimate the tree phytomass (including root phytomass) using such easily measurable indicators as tree height and stem diameter. An approach has been proposed for determining the phytomass of roots, in which, instead of excavating them, data on the phytomasses of the above-ground fractions of the tree are used.

**Keywords:** forest plantations, assessment of the condition of forest plantations, phytomass, tree fractions, rank distribution

**Acknowledgements:** The work was carried out within the framework of the state task of the Center for Forest Ecology and Productivity of the Russian Academy of Sciences (no. 1022090800034-7-1.6.19) in accordance with the Decree of the Government of the Russian Federation dated September 2, 2022 no. 25-15r in order to implement the most important innovative project of national importance aimed at creating a unified national system for monitoring climatically active substances.

**For citation:** Ivanova Yu.D., Kovalev A.V., Soukhovolsky V.G. Phytomass of Tree Fractions According to the Rank Distribution Model. *Lesnoy Zhurnal* = Russian Forestry Journal, 2025, no. 2, pp. 63–75 (In Russ.). <https://doi.org/10.37482/0536-1036-2025-2-63-75>

### Введение

Фитомасса является одним из основных показателей состояния древесных растений и сформированных ими насаждений. При этом для понимания процессов роста деревьев и депонирования ими углерода важно иметь информацию о фитомассе фракций деревьев (стволов, корней, ветвей и листьев или хвои) и изменении их соотношения с возрастом дерева или насаждения [1, 2, 4, 5, 9, 14, 18–21, 25, 27, 28]. Для оценки фитомассы производятся ее прямые измерения – рубка деревьев, сушка и взвешивание фитомасс фракций. Однако степень надежности таких измерений для фракций дерева различается. Наименее достоверны данные по фитомассам корней (особенно для деревьев старших групп возраста, здесь прямые раскопки корневой системы требуют значительных усилий). Трудоемкость обозначенных оценок стимулирует разработку способов расчета фитомасс фракций по достаточно просто и точно фиксируемым таксационным характеристикам – высоте дерева и диаметру ствола. Действительно, фитомасса корней, отражающая устойчивость дерева к ветровому воздействию, должна быть связана с его высотой и диаметром. Также фитомасса ствола, оцениваемая по высоте и диаметру, должна коррелировать и с фитомассой листьев (хвои), характеризующей фотосинтетическую активность древесных растений и накопление фитомассы.

Однако простых соотношений между фитомассами деревьев, подобных аллометрическим уравнениям  $H = aD^\beta$ , связывающим диаметры стволов  $D$  и высоты  $H$  деревьев [10] ( $a$ ,  $\beta$  – коэффициенты уравнения), до настоящего времени не найдено. Поэтому для оценки связей между фитомассой фракций

обычно используются регрессионные уравнения, так называемые конверсионные коэффициенты [6, 23, 24]. Но если существуют теоретические модели, объясняющие, почему зависимость между диаметром ствола дерева и его высотой должна быть аллометрической [10], то теоретических обоснований для расчета конверсионных коэффициентов не предложено.

Целью исследования является разработка методов расчета соотношений между фитомассами фракций дерева с использованием модели рангового распределения Ципфа–Парето [7, 12, 15–17, 29]. На базе этого подхода предлагается метод оценки фитомасс фракций (в частности, фитомассы корней деревьев) по данным о фитомассе ствола (т. е. фактически по высоте и диаметру дерева). Кроме того, описанные соотношения позволяют проверить надежность баз данных.

### *Объекты и методы исследования*

Для анализа использована база данных [22]. В эту базу включены данные измерений, проведенных различными авторами (более 100) на территории Евразии, где произрастают насаждения порядка 63 различных видов деревьев. Каждая запись в базе включает данные

- по породе дерева, местоположению и географическим координатам;
- возрасту, высоте, диаметру и объему ствола;
- густоте насаждений;

- общей фитомассе и фракционному составу фитомассы дерева: фитомассам ствола (с корой и без коры), ветвей, листьев (хвои), корней;
- происхождению дерева (естественное или искусственное).

Всего в базе 6617 записей, для 1527 из них приведены данные по всем фракциям деревьев, а для остальных – только по надземным.

Таким образом, представленные сведения можно рассматривать как базу данных, включающую характеристики деревьев разных пород, возрастов и местообитаний. Такая база данных позволяет попытаться найти общие закономерности процессов распределения фитомассы деревьев по фракциям в ходе роста.

У дерева существуют 4 основные функциональные структуры (фракции), обеспечивающие его существование как целого. Это корни, ствол, ветви и листья (хвоя). Исчезновение или уменьшение массы хотя бы одной из фракций может привести к ухудшению состояния дерева и даже к его гибели. Губительна и чрезмерная гипертрофия любой из фракций – высокое дерево с разросшейся кроной при малых диаметре ствола и фитомассе корней неизбежно станет легкой «добычей» ветра. Слишком большие корни, защищая, с одной стороны, дерево от ветровых воздействий, с другой – отбирают ресурс, необходимый на синтез листьев, и сами страдают от недостатка поступающих из кроны продуктов фотосинтеза для поддержания жизнедеятельности корня. Таким образом, дерево способно выжить только в случае, когда его фракции не получают одностороннего развития в ущерб другим, и поэтому дереву нужны фракции всех типов и в определенной пропорции.

Для описания оптимальной конструкции дерева рассмотрим модель свободной конкуренции при распределении ресурсов, доступных дереву в процессе роста. Воспользуемся уравнением Ципфа–Парето [12, 29]:

$$M(i) = M(1)/i^b, \quad (1)$$

где  $i$  – ранг компоненты (т. е. ее номер в ряду, начинающемся с максимального значения фитомассы фракции  $M(1)$ , которому присваивается ранг 1);  $M(1)$  – фитомасса 1-й по рангу группы (обычно ствол);  $b$  – коэффициент конкуренции фракций за фитомассу, находится как тангенс угла наклона прямой.

Случай, когда  $b \rightarrow \infty$ , означает, что практически вся фитомасса относится к 1-й по рангу фракции;  $b \rightarrow 0$  соответствует ситуации примерно равного распределения всей фитомассы между фракциями. Из (1) можно получить уравнение для всей фитомассы дерева в возрасте  $A$ :

$$M(A) = \sum_{i=1}^4 M(i, A) = M(1, A) \sum_{i=1}^4 i^{-b(A)}. \quad (2)$$

Из (2) следует, что не может быть однозначной связи между высотой  $H$  и диаметром  $D$  дерева, определяющими фитомассу  $M(1, A)$  ствола, и суммарной фитомассой дерева  $M(A)$ , т. к. функции  $M(A)$  при одном и том же значении  $H$  и  $D$  могут быть различными. Однако, зная функцию  $b(A)$  и фитомассу ствола дерева в возрасте  $A$ , можно вычислить фитомассы фракций и общую фитомассу дерева. Для оценки фитомассы ствола необходимо располагать информацией о высоте, диаметре дерева, форме ствола (характеризуемой видовым числом) и удельной массе древесины. Таким образом, используя (1) и (2), можно подойти к расчету фитомасс фракций дерева, нужны только его высота и диаметр ствола.

Насколько точна модель (1) и производная от нее модель (2)? Если точность высокая, соотношения фитомасс деревьев в базе данных должны соответствовать модели (1). В случае многочисленных отклонений от (1) модель некорректна.

В настоящей работе для базы данных [22] проведен анализ информации по фитомассам фракций с точки зрения их согласия с ранговым распределением (1) и описаны примеры расчетов фитомасс фракций дерева по его высоте и диаметру ствола.

Для определения существования связей между фитомассами фракций, характеризуемых моделью свободной конкуренции, для каждой записи выбирались данные по надземным фракциям, эти данные ранжировались и вычислялись коэффициенты уравнения (1). Коэффициенты рассматривались для группы записей в базе, для которых были сведения о фитомассах всех фракций. Для всех записей в базе изымались фитомассы корней и рассчитывались параметры ранговых регрессионных уравнений в двойных логарифмических координатах с предположением, что ранги корней могут быть равны 2 или 3:

$$\ln M(i) = \ln M(1) - b \ln i. \quad (3)$$

Для иллюстрации на рис. 1 представлена в двойных логарифмических координатах зависимость (3) для сосны обыкновенной.

При регрессионном анализе данных в двойных логарифмических координатах происходит их смещение, связанное с минимизацией суммы невязок не между значениями фитомасс из базы и значениями из регрессионных уравнений, а между логарифмами этих величин. Расчеты в данном случае возможно корректировать [26]. Однако при оценке ошибок ранее было найдено, что расхождение при расчете без принятия во внимание минимизации невязки логарифмов для диапазона данных по фитомассам фракций соответствует расхо-

ждению в параметрах регрессии по сотым долям значений [7], такие различия можно не учитывать.

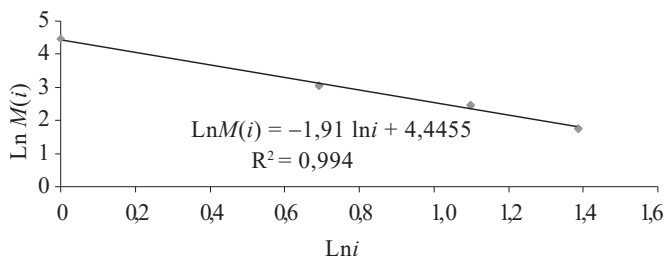


Рис. 1. Типичный вид рангового распределения фитомасс фракций дерева *Pinus sylvestris* L., 55 лет, Южная Карелия (62°13' с. ш. 34°10' в. д.) [22]

Fig. 1. A typical view of the rank distribution of phytomass fractions of a *Pinus sylvestris* L. tree, 55 years old, South Karelia (62°13' N, 34°10' E) [22]

Соответствие данных модели рангового распределения характеризовалось по коэффициенту детерминации  $R^2$ . Для 4 степеней свободы коэффициент значим на уровне  $p = 0,95$  при  $R^2 > 0,9025$  [8].

#### Результаты исследования и их обсуждение

Для всех 6617 записей в базе В.А. Усольцева были вычислены коэффициенты детерминации  $R^2$  (рис. 2) и коэффициенты  $a$  и  $b$  ранговых уравнений для надземных фракций дерева.

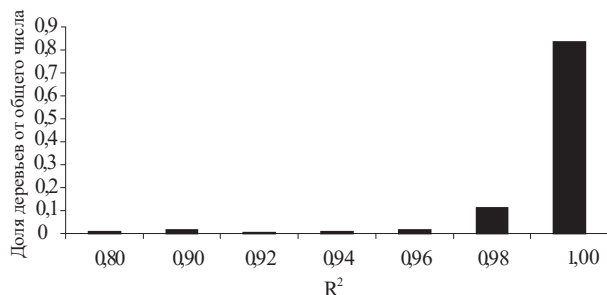


Рис. 2. Коэффициенты детерминации ранговых распределений фракций деревьев без данных о фитомассе корней [22]

Fig. 2. The coefficients of determination of rank distributions of tree fractions without data on root phytomass [22]

Как видно из рис. 2, для 95 % деревьев различных пород и возраста, произрастающих в неодинаковых географических условиях, коэффициент детерминации превосходит 0,96, т. е. вычисленные ранговые распределения хорошо согласуются с моделью (3) и эта модель пригодна для описания соотношений между фитомассами фракций деревьев любых пород в разных возрастах и произрастающих в различных условиях. Можно сказать, что модель (3) носит общий характер.

Примерно для 5 % данных в базе коэффициенты детерминации меньше 0,96. Скорее всего, это связано либо с ошибками измерений, либо с отклонениями процессов роста деревьев от предлагаемой модели. Если причиной малых значений  $R^2$  являются несоответствия постулируемым в модели процессам роста, то последнее должно быть связано с особенностями деревьев (породой, возрастом и местообитанием). Анализ деревьев с отклоняющимися от модели характеристиками показал, что из 315 деревьев (4,8 % от общего числа) у 81 % возраст не превышал 50 лет. Таким образом, в период начального роста дерева



вероятны некоторые отклонения от модели и при дальнейших расчетах эти деревья не следовало бы использовать.

В табл. 1 представлены доли деревьев разных пород, для которых коэффициенты детерминации были статистически значимы для уровня  $p = 0,95$ . Доля деревьев с незначимыми коэффициентами характеризует расхождение данных в базе с моделью свободной конкуренции.

Таблица 1

**Расхождение данных в базе с моделью для деревьев различных пород**  
**The discrepancy between data in the database and the model for trees of different species**

| Порода                     | Число записей в базе | $R^2 > 0,96$ | $R^2 < 0,96$ |
|----------------------------|----------------------|--------------|--------------|
| <i>Larix</i>               | 247                  | 0,976        | 0,024        |
| <i>Abies sibirica</i> L.   | 81                   | 0,889        | 0,111        |
| <i>Betula</i>              | 1144                 | 0,969        | 0,031        |
| <i>Pinus sylvestris</i> L. | 2507                 | 0,973        | 0,027        |
| <i>Picea obobata</i> L.    | 337                  | 0,730        | 0,270        |

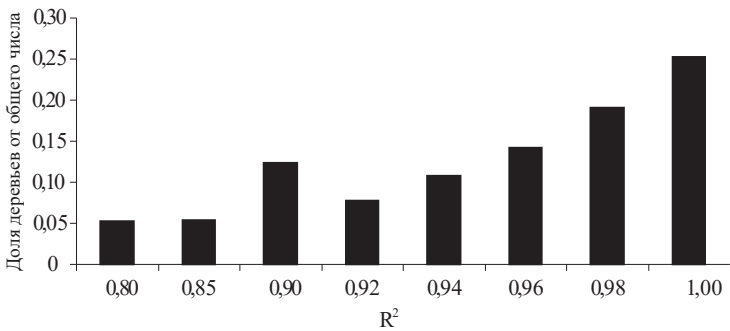


Рис. 3. Коэффициенты детерминации для ранговых распределений фракций деревьев с данными по фитомассе корней [22]

Fig. 3. The coefficients of determination for rank distributions of tree fractions with root phytomass data [22]

Из рис. 3 следует, что доля деревьев с  $R^2 \geq 0,95$  в данном случае составляет 70 %, что существенно меньше доли деревьев с аналогичным коэффициентом для группы деревьев, для которых при расчете рангового распределения использовались только надземные фракции. Такое различие можно объяснить тем, что ошибка в определении фитомассы корней может быть существенно больше ошибок в определении фитомасс надземных фракций. В связи с этим в качестве примера рассмотрим данные по распределению 4 фракций фитомассы отдельной сосны в лесах Архангельской области [11]. Если вести расчет по показателям всех фракций дерева, то  $R^2 = 0,94$ . При этом фитомасса корней, равная 64 кг, имеет ранг 3. Однако если рассматривать только надземные фракции, то  $R^2 = 0,996$  (рис. 4), а расчетная фитомасса корней – 157 кг, что в большей степени согласуется с необходимостью поддерживать устойчивость дерева с массой ствола почти 800 кг и его диаметром на высоте груди 48 см.

Для деревьев с обозначенной в базе данных фитомассой корней гистограмма распределения по коэффициенту детерминации в соответствии с рангами несколько отличается от гистограммы для деревьев без таких данных (рис. 4).

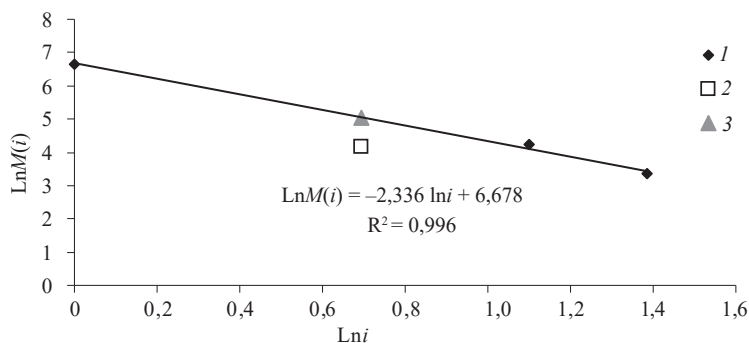


Рис. 4. Ранговое распределение фитомассы сосны по фракциям:  
1 – фитомасса надземных фракций [11]; 2 – фитомасса корней [11];  
3 – фитомасса корней по модельным данным

Fig. 4. The rank distribution of pine phytomass by fractions: 1 – phytomass of above-ground fractions [11]; 2 – root phytomass; 3 – root phytomass based on model data

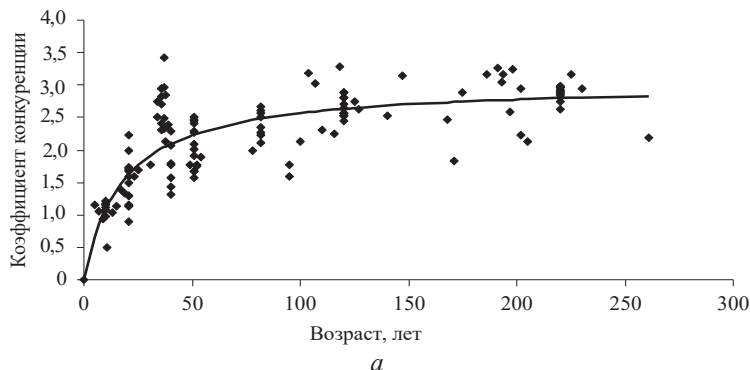
Зная по данным о фитомассах надземных фракций параметры уравнений рангового распределения для деревьев без сведений о фитомассе корней, можно оценить эти фитомассы, предположив, что их ранг равен 2. Тогда фитомасса корней вычисляется из выражения  $\ln M(2) = a - b \ln 2$ .

Как следует из (1) и (3), для оценки фитомасс фракций по данным о размерах ствола необходимо знать коэффициент конкуренции. Всего в базе данных было выбрано 128 деревьев *Larix cajanderi* Mayr., *L. decidua* Mill., *L. gmelinii* (Rupr.) Rupr., *L. leptolepis* Gord., *L. olgensis* A. Henry., *L. sukaczewii* N. Dyl. Для этих видов в возрасте от 5 до 260 лет  $b$  с возрастом увеличивается. Эта связь хорошо описывается уравнением Михаэлис–Ментен:

$$b = \frac{b_{\max} A}{Q + A}, \quad (4)$$

где  $b_{\max}$  и  $Q$  – коэффициенты.

Для лиственниц вычисления дают следующие значения параметров:  $b_{\max} = 3,02$ ;  $Q = 17,84$ . При расчетах использована опция «поиск решения» Excel. Аналогично были выполнены расчеты для сосны обыкновенной *Pinus sylvestris* L. на Среднем Урале:  $b_{\max} = 3,71$ ;  $Q = 14,48$ . Данные в базе позволяют сравнить и зависимость между  $b$  и  $A$  для сосны обыкновенной в Сибири на территориях Томской и Новосибирской областей, Алтайского и Красноярского краев (всего 247 деревьев). В этом случае  $b_{\max} = 3,39$ ;  $Q = 14,14$  (рис. 5).





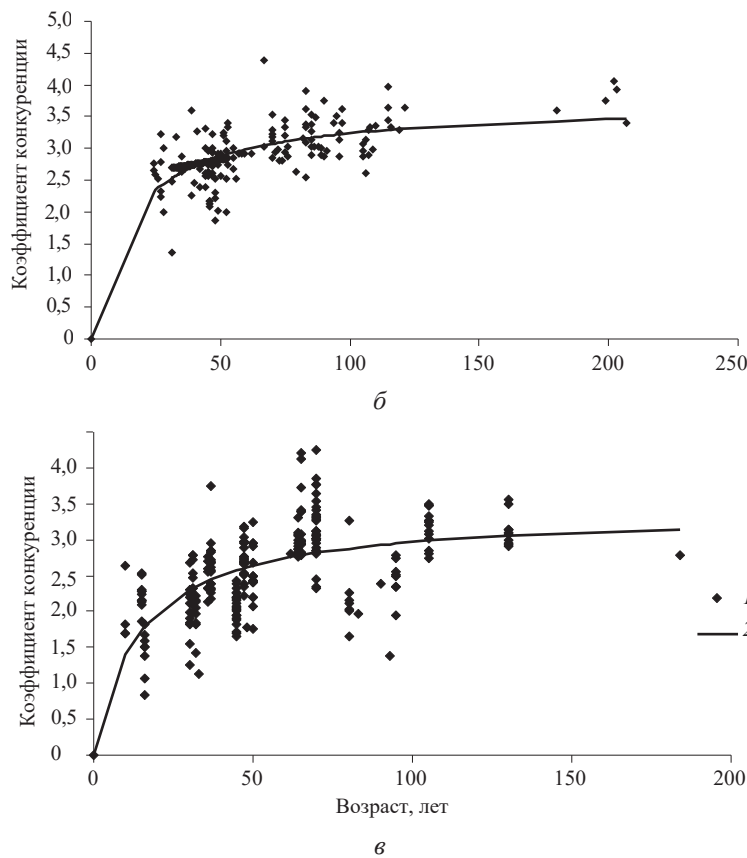


Рис. 5. Связь возраста и коэффициента конкуренции рангового распределения фитомассы: *a* – для лиственниц разных видов; *б* – для сосны обыкновенной на Среднем Урале; *в* – для сосны обыкновенной в Сибири (1 – расчет по (3) на основе данных из базы [22]; 2 – расчеты по (4))

Fig. 5. The relationship between age and competition coefficient of the rank distribution of phytomass: *a* – for larches of different species; *б* – for Scots Pine in the Middle Urals; *в* – for Scots pine in Siberia (1 – calculation by (3) based on data from the database [22]; 2 – calculations by (4))

К сожалению, вычислить для некоторых территорий параметры уравнения для коэффициента конкуренции по сведениям базы затруднительно в связи с нехваткой локальной информации по деревьям разных возрастов и пород, однако коэффициенты уравнения (4) для отдельных пород, представленных в анализируемой базе данных, оценить реально (табл. 2).

Таблица 2

**Параметры уравнения (4) для изменений коэффициента конкуренции с возрастом дерева для отдельных пород**  
**The parameters of equation (4) for changes in the competition coefficient with tree age for individual species**

| Порода                  | Число записей в базе | $b_{\max}$ | Q, возраст, лет | Невязка в расчете на одно дерево |
|-------------------------|----------------------|------------|-----------------|----------------------------------|
| <i>Betula alba</i> L.   | 1084                 | 2,59       | 7,64            | 0,131                            |
| <i>Quercus robur</i> L. | 98                   | 2,63       | 7,75            | 0,129                            |

Окончание табл. 2

| Порода                       | Число записей<br>в базе | $b_{\max}$ | Q, возраст,<br>лет | Невязка в расчете<br>на одно дерево |
|------------------------------|-------------------------|------------|--------------------|-------------------------------------|
| <i>Populus tremula</i> L.    | 424                     | 3,07       | 11,67              | 0,137                               |
| <i>Larix sibirica</i> L.     | 108                     | 2,89       | 13,29              | 0,172                               |
| <i>L. sukaczewii</i> N. Dyl. | 58                      | 2,89       | 27,53              | 0,105                               |
| <i>Pinus sylvestris</i> L.   | 1945                    | 2,65       | 13,06              | 0,162                               |
| <i>P. sibirica</i> Du Tour.  | 160                     | 2,41       | 39,28              | 0,255                               |
| <i>Picea obovata</i> L.      | 336                     | 1,58       | 41,99              | 0,087                               |

Как видно из табл. 2, точность аппроксимации, оцененная по средней невязке между натурными и модельными данными, для деревьев всех пород близка. Для большинства пород (за исключением *P. obovata*) параметр  $b_{\max}$  близок. Параметр Q, характеризующий возраст насаждения, в котором коэффициент конкуренции  $b = b_{\max}/2$  минимален для деревьев лиственных пород, а для хвойных пород может достигать 40 лет.

Если уравнения, связывающие  $b$  и  $A$ , видоспецифичны и не зависят от размеров дерева и территории произрастания, то для расчета фитомасс фракций дерева по данным о его высоте и диаметру можно предложить следующую процедуру:

1. Измеряется высота и диаметр дерева и рассчитывается фитомасса ствола  $M(1)$  по выражению  $M(1) = m_{\text{уд}} f \frac{\pi D^2}{4} H$  (где  $f$  – видовое число) [13].

Для оценки плотности фитомассы  $m_{\text{уд}}$  можно использовать существующие таблицы или произвести с помощью весов прямые измерения массы керна фиксированной длины (в этом случае получим плотность древесины в сыром виде). Для оценки видового числа также можно использовать таблицы [3].

2. Определяется возраст дерева, и по уравнению (4) для данной породы вычисляется  $b$ .

3. По уравнению (3) находятся фитомассы фракций, при этом делается предположение, что ранг фитомассы корней равен 2, ранг фитомассы ветвей – 3 и ранг фитомассы хвои – 4.

### Заключение

Приведенные расчеты подтверждают корректность предложенного подхода к описанию соотношений фитомасс фракций дерева. Подход позволяет оценить фитомассу (включая фитомассу корней) по таким легко измеряемым таксационным показателям, как высота дерева и диаметр его ствола на высоте 1,3 м. Использование модели распределения ресурса дает возможность определить фитомассу корней, не проводя их раскопок и используя данные о фитомассах надземных фракций дерева.

Описанный метод существенно упрощает измерения, однако требует предварительного установления коэффициента конкуренции – параметра уравнения возрастной динамики – для отдельной породы в конкретных климатических зонах. Расчеты коэффициента конкуренции показывают близость параметров уравнения для деревьев одной породы, произрастающих в различных условиях. Предлагаемый подход также может быть применен для проверки надежности данных по фитомассам фракций деревьев в базах данных. При значи-

тельных отклонениях от распределения Ципфа–Парето полученные показатели необходимо использовать с предельной осторожностью.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Алексеев В.А., Бердси Р.А. Углерод в экосистемах лесов и болот России. Красноярск: ИЛИД, 1994. 224 с.  
Alekseev V.A., Birdsey R.A. *Carbon Stock in Forest Ecosystems and Peatlands of Russia*. Krasnoyarsk, Institute of Forest and Wood Publ., 1994. 224 p. (In Russ.).
2. Арутюнян С.Г., Уткин А.И. Вертикально-фракционное распределение фитомассы в лесах. М.: Наука, 1986. 264 с.  
Arutyunyan S.G., Utkin A.I. *Vertical-Fractional Distribution of Phytomass in Forests*. Moscow, Nauka Publ., 1986. 264 p. (In Russ.).
3. Багинский В.Ф. Таксация леса. Гомель: ГГУ им Ф. Скорины, 2013. 416 с.  
Baginskij V.F. *Forest Inventory*. Gomel, Gomel State University named after F. Skorina Publ., 2013. 416 p. (In Russ.).
4. Бузыкин А.И., Пиеничникова Л.С., Суховольский В.Г. Густота и продуктивность древесных ценозов. Новосибирск: Наука, 2002. 152 с.  
Buzykin A.I., Pshenichnikova L.S., Soukhovolsky V.G. *Density and Productivity of Tree Cenoses*. Novosibirsk, Nauka Publ., 2002. 152 p. (In Russ.).
5. Данилин И.М., Цогт З. Морфометрические параметры и фитомасса деревьев лиственницы сибирской *Larix sibirica* Ledeb. в Восточном Хэнтэе (Северная Монголия) // Сиб. лесн. журн. 2015. № 5. С. 96–104.  
Danilin I.M., Tsogt Z. Morphometric Parameters and Phytomass of the Siberian Larch *Larix sibirica* Ledeb. Trees in the Eastern Khentey (Northern Mongolia). *Sibirskij lesnoj zhurnal* = Siberian Journal of Forest Science, 2015, no. 5, pp. 96–104. (In Russ.).
6. Замолодчиков Д.Г., Уткин А.И. Система конверсионных отношений для расчета чистой первичной продукции лесных экосистем по запасам насаждений // Лесоведение. 2000. № 6. С. 54–63.  
Zamolodchikov D.G., Utkin A.I. System of Conversion Ratios for Calculating Net Primary Production of Forest Ecosystems by Stand Stocks. *Lesovedenie* = Russian Journal of Forest Science, 2000, no. 6, pp. 54–63. (In Russ.).
7. Исаев А.С., Овчинникова Т.М., Суховольский В.Г. Распределение фитомассы деревьев и насаждений по фракциям: модель конкуренции. Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем. СПб.: Гидрометеиздат, 2007. Т. 21. С. 232–250.  
Isaev A.S., Ovchinnikova T.M., Soukhovolsky V.G. *Distribution of Phytomass of Trees and Plantations by Fractions: a Competition Model. Problems of Environmental Monitoring and Ecosystem Modeling*. St. Petersburg, Gidrometeoizdat Publ., 2007, vol. 21, pp. 232–250. (In Russ.).
8. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. М.: Физматлит, 2006. 816 с.  
Kobzar' A.I. *Applied Mathematical Statistics*. Moscow, Fizmatlit Publ., 2006. 816 p. (In Russ.).
9. Комаров А.С., Гинжул Л.К., Шанин В.Н., Быковец С.С., Бобкова К.С., Кузнецов М.А., Манов А.В., Осипов А.Ф. Особенности распределения биомассы бореальных видов деревьев по фракциям // Изв. РАН. Сер.: Биологическая. 2017. № 6. С. 656–664.  
Komarov A.S., Ginzbul L.K., Shanin V.N., Bykhovets S.S., Bobkova K.S., Kuznetsov M.A., Manov A.V., Osipov A.F. Pattern of Biomass Partitioning into Fractions of Boreal Trees. *Izvestiya RAN. Seriya: Biologicheskaya* = Biology Bulletin, 2017, no. 6, pp. 626–633. <https://doi.org/10.1134/S1062359017060061>
10. Кофман Г.Б. Рост и форма деревьев. Новосибирск: Наука, 1986. 210 с.  
Kofman G.B. *Tree Growth and Shape*. Novosibirsk, Nauka Publ., 1986. 210 p. (In Russ.).

11. Молчанов А.А. Продуктивность органической массы в сосняках белошениках // Продуктивность органической и биологической массы леса. М.: Наука, 1974. С. 24–42.

Molchanov A.A. Productivity of Organic Matter in White Moss Pine Forests. *Productivity of Organic and Biological Matter of Forests*. Moscow, Nauka Publ., 1974, pp. 24–42. (In Russ.).

12. Парето В. Компендиум по общей социологии. М.: ГУ ВШЭ, 2008. 511 с.

Pareto V. *Compendium of General Sociology*. Moscow, State University Higher School of Economics Publ., 2008. 511 p. (In Russ.).

13. Поздеев Д.А., Петров А.А. Таксация леса. Ижевск: ИжГСХА, 2012. 164 с.

Pozdeev D.A., Petrov A.A. Forest Inventory. Izhevsk, Izhevsk State Agricultural Academy, 2012. 164 p. (In Russ.).

14. Соколов В.А., Аткин А.С., Зиганшин Р.А. Структура и рост древостоев Сибири. Красноярск: РАН СО Ин-т леса им. В.Н. Сукачева, 1993. 176 с.

Sokolov V.A., Atkin A.S., Ziganshin R.A. *Structure and Growth of Forest Stands in Siberia*. Krasnoyarsk, Sukachev Institute of Forest (Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences), 1993. 176 p. (In Russ.).

15. Суховольский В.Г. Распределение фитомассы деревьев по фракциям и оценка биопродуктивности деревьев и насаждений // Лесоведение. 1996. № 1. С. 30–40.

Soukhovolsky V.G. Distribution of Tree Phytomass by Fractions and Assessment of Bioproductivity of Trees and Plantations. *Lesovedenie* = Russian Journal of Forest Science, 1996, no. 1, pp. 30–40. (In Russ.).

16. Суховольский В.Г. Экономика живого. Новосибирск: Наука, 2004. 140 с.

Soukhovolsky V.G. *Economy of the Living*. Novosibirsk, Nauka Publ., 2004. 140 p. (In Russ.).

17. Суховольский В.Г., Иванова Ю.Д. Оценка чистой первичной продукции лесных насаждений с использованием модели распределения фитомассы по фракциям // Лесоведение. 2013. № 5. С. 20–28.

Soukhovolsky V.G., Ivanova Yu.D. Estimation of Net Primary Production of Forest Stands Using a Model of Phytomass Distribution by Fractions. *Lesovedenie* = Russian Journal of Forest Science, 2013, no. 5, pp. 20–28. (In Russ.).

18. Тарасов С.И., Пристова Т.А., Бобкова Л.С. Динамика фитомассы древостоя лиственно-хвойного фитоценоза средней тайги // Сиб. лесн. журн. 2018. № 1. С. 50–58.

Tarasov S.I., Pristova T.A., Bobkova L.S. Dynamics of Phytomass of a Tree Stand of the Deciduous-Coniferous Phytocenosis in Middle Taiga of Komi Republic. *Sibirskij lesnoj zhurnal* = Siberian Journal of Forest Science, 2018, no. 1, pp. 50–58. (In Russ.).

19. Усольцев В.А. Фитомасса лесов Северной Евразии: нормативы и элементы географии. Екатеринбург: УрО РАН, 2002. 762 с.

Usol'tsev V.A. *Forest Phytomass of Northern Eurasia: Standards and Geographic Elements*. Yekaterinburg, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 2002. 762 p. (In Russ.).

20. Усольцев В.А. Биологическая продуктивность лесов Северной Евразии: методы, база данных и ее приложения. Екатеринбург: УрО РАН, 2007. 636 с.

Usol'tsev V.A. *Biological Productivity of Forests in Northern Eurasia: Methods, Database and its Applications*. Yekaterinburg, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 2007. 636 p. (In Russ.).

21. Усольцев В.А. Фитомасса и первичная продукция лесов Евразии. Екатеринбург: УрО РАН, 2010. 573 с.

Usol'tsev V.A. *Forest Biomass and Primary Production Database for Eurasia*. Yekaterinburg, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 2010. 573 p. (In Russ.).

22. Усольцев В.А. Фитомасса модельных деревьев лесообразующих пород Евразии: база данных, климатически обусловленная география, таксационные нормативы. Екатеринбург: Урал. гос. лесотехн. ун-т, 2016. 338 с.

Usol'tsev V.A. *Single-Tree Biomass of Forest-Forming Species in Eurasia: Database, Climate-Related Geography, Mensuration Standards*. Yekaterinburg, Ural. State Forest Engineering University Publ., 2016. 338 p. (In Russ.).

23. Уткин А.И., Замолодчиков Д.Г., Гульбе Т.А., Гульбе Я.И. Аллометрические уравнения для фитомассы по данным деревьев сосны, ели, березы и осины в европейской части России // Лесоведение. 1996. № 6. С. 36–46.

Utkin A.I., Zamolodchikov D.G., Gul'be T.A., Gul'be Ya.I. Allometric Equations for Phytomass Based on Pine, Spruce, Birch and Aspen Trees in European Russia. *Lesovedenie* = Russian Journal of Forest Science, 1996, no. 6, pp. 36–46. (In Russ.).

24. Уткин А.И., Замолодчиков Д.Г., Коровин Г.Н., Неведьев В.В., Гульбе Т.А., Гульбе Я.И., Гамбург С.П. Определение запасов углерода насаждений на пробных площадях: сравнение аллометрического и конверсионно-объемного методов // Лесоведение. 1997. № 5. С. 51–65.

Utkin A.I., Zamolodchikov D.G., Korovin G.N., Nefed'ev V.V., Gul'be T.A., Gul'be Ya.I., Gamburg S.P. Determination of Carbon Stocks of Plantations in Sample Plots: Comparison of Allometric and Conversion-Volume Methods. *Lesovedenie* = Russian Journal of Forest Science, 1997, no. 5, pp. 51–65. (In Russ.).

25. Швиденко А.З., Щепашченко Д.Г., Нильсон С., Булуй Ю.И. Таблицы и модели хода роста и продуктивности насаждений основных лесообразующих пород Северной Евразии (нормативно-справочные материалы). М.: Московск. типогр., № 6. 2008. 887 с.

Shvidenko A.Z., Shchepashchenko D.G., Nil'son S., Buluj Yu.I. Tables and Models of the Growth and Productivity of Plantations of the Main Forest-Forming Species of Northern Eurasia (Regulatory Reference Materials). Moscow, Moscow Print. House, 2008, no. 6. 887p. (In Russ.).

26. Baskerville G.L. Use of Logarithmic Regression in the Estimation of Plant Biomass. *Canadian Journal of Forest Research*, 1972, vol. 2, no. 1, pp. 49–53. <https://doi.org/10.1139/x72-009>

27. Chen W., Zhang Q., Cihlar J., Bauhus J., Price D.T. Estimating Fine-Root Biomass and Production of Boreal and Cool Temperate Forests Using Aboveground Measurements: A New Approach. *Plant and Soil*, 2004, vol. 265, pp. 31–46. <https://doi.org/10.1007/s1104-005-8503-3>

28. Clark D.A., Brown S., Kicklighter D.W., Chambers J.Q., Thomlinson J.R., Ni J. Measuring Net Primary Production in Forests: Concepts and Field Methods. *Ecological Applications*, 2001, vol. 11(2), pp. 356–370.

29. Mandelbrot B. New Methods in Statistical Economics. *The Journal of Political Economy*, 1963, vol. LXXI, no. 5, pp. 421–440. <https://doi.org/10.1086/258792>

**Конфликт интересов:** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

**Conflict of interest:** The authors declare that there is no conflict of interest