

Научная статья

УДК 630*24

DOI: 10.37482/0536-1036-2026-3-82-94

Математическая модель отбора деревьев с учетом заданной абсолютной полноты насаждения при проведении рубок ухода

Г.Э. Рего¹, канд. техн. наук; ResearcherID: [AFX-5848-2022](https://orcid.org/0000-0002-2235-8113),

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2235-8113>

О.И. Григорьева², канд. с.-х. наук, доц.; ResearcherID: [AAC-9570-2020](https://orcid.org/0000-0001-5937-0813),

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5937-0813>

И.В. Григорьев³, д-р техн. наук, проф.; ResearcherID: [S-7085-2016](https://orcid.org/0000-0002-5574-1725),

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5574-1725>

В.П. Друзьянова⁴, д-р техн. наук, проф.; ResearcherID: [AAG-2463-2019](https://orcid.org/0000-0001-5409-3837),

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5409-3837>

Е.Ю. Матвиенко⁵, канд. с.-х. наук, доц.; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6767-315X>

¹Петрозаводский государственный университет, просп. Ленина, д. 33, г. Петрозаводск, Россия, 185910; regogr@yandex.ru

²Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет им. С.М. Кирова, Институтский пер., д. 5, Санкт-Петербург, Россия, 194021; grigoreva_o@list.ru

³Арктический государственный агротехнологический университет, 3-й км, д. 3, ш. Сергеляхское, г. Якутск, Россия, 677007; silver73@inbox.ru


⁴Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, д. 58, ул. Белинского, г. Якутск, Россия, 677000; druzvar@mail.ru

⁵Новочеркасский инженерно-мелиоративный институт им. А. Кортунова, д. 111, ул. Пушкинская, г. Новочеркасск, Ростовская обл., Россия, 346428; zhikalena11@mail.ru

Поступила в редакцию 25.03.25 / Одобрена после рецензирования 19.05.2025 / Принята к печати 21.05.2025

Аннотация. В лесном хозяйстве есть понятие «абсолютная полнота насаждения» – сумма площадей поперечных сечений всех деревьев насаждения на высоте 1,3 м в пересчете на 1 га. В настоящее время все большее распространение получает технология лидарной подеревной съемки лесных массивов, результатами которой становятся в т. ч. данные о координатах деревьев и их диаметрах. Эти данные позволяют вычислить полноту насаждения. При планировании снижения абсолютной полноты древостоя во время проведения рубок ухода в однородном насаждении требуется сделать оптимальный выбор назначаемых в рубку деревьев, чтобы достичь плановой полноты и при этом обеспечить максимально возможное жизненное пространство для оставляемых деревьев. Представлена постановка задачи отбора деревьев для рубок ухода, предполагающая сохранение заданной доли полноты насаждений при одновременном обеспечении равномерного пространственного распределения оставшихся деревьев. Целью работы является разработка математической модели оптимального отбора деревьев в рубку как системы поддержки принятия решений для повышения эффективности рубок ухода. Для решения задачи предлагается генетический алгоритм, использующий результаты подеревной лидарной съемки насаждения, в котором каждое дерево кодируется двоичным вектором, а целевая функция сочетает максимизацию суммарных попарных расстояний и штрафы за нарушение ограничений по планируемой полноте насаждения и минимальному расстоянию между оставляемыми на доращивание деревьями. Рас-

© Рего Г.Э., Григорьева О.И., Григорьев И.В., Друзьянова В.П., Матвиенко Е.Ю., 2026

 Статья опубликована в открытом доступе и распространяется на условиях лицензии CC BY 4.0

смотрено теоретическое обоснование сложности задачи и показано, что в общем случае она является NP-трудной. Предложенный подход успешно апробирован на реальных данных подеревной лидарной съемки, что подтверждает его эффективность и практическую применимость в лесном хозяйстве.

Ключевые слова: генетический алгоритм, абсолютная полнота насаждения, снижение абсолютной полноты, заданная абсолютная полнота, равномерность расположения деревьев, комбинаторная оптимизация, метаэвристика, лидарная съемка насаждения, рубки ухода, оставление деревьев

Благодарности: Работа выполнена в рамках научной школы «Инновационные разработки в области лесозаготовительной промышленности и лесного хозяйства» и за счет гранта РНФ № 23-16-00092, <https://rscf.ru/project/23-16-00092/>.

Для цитирования: Рего Г.Э., Григорьева О.И., Григорьев И.В., Друзьянова В.П., Матвиенко Е.Ю. Математическая модель отбора деревьев с учетом заданной абсолютной полноты насаждения при проведении рубок ухода // Изв. вузов. Лесн. журн. 2026. № 3. С. 82–94. <https://doi.org/10.37482/0536-1036-2026-3-82-94>

Original article

A Mathematical Model for Tree Selection That Accounts for a Specified Absolute Stand Density During Improvement Thinning Operations

Grigoriy E. Rego¹, Candidate of Engineering; ResearcherID: [AFX-5848-2022](https://orcid.org/0000-0002-2235-8113),

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2235-8113>

Olga I. Grigoreva², Candidate of Agriculture, Assoc. Prof.; ResearcherID: [AAC-9570-2020](https://orcid.org/0000-0001-5937-0813),

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5937-0813>

Igor V. Grigorev³, Doctor of Engineering, Prof.; ResearcherID: [S-7085-2016](https://orcid.org/0000-0002-5574-1725),

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5574-1725>

Varvara P. Druzyanova⁴, Doctor of Engineering, Prof.; ResearcherID: [AAG-2463-2019](https://orcid.org/0000-0001-5409-3837),

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5409-3837>

Elena Yu. Matvienko⁵, Candidate of Agriculture, Assoc. Prof.;

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6767-315X>

¹Petrozavodsk State University, prosp. Lenina, 33, Petrozavodsk, Russia, 185910;

regogr@yandex.ru

²Saint Petersburg State Forest Technical University, Institutskiy per., 5, Saint Petersburg, Russia, 194021; grigoreva_o@list.ru

³Arctic State Agrotechnological University, sh. Sergelyakhskoye, 3-y km, 3, Yakutsk, Russia, 677007; silver73@inbox.ru

⁴North-Eastern Federal University in Yakutsk, ul. Belinskogo, 58, Yakutsk, Russia, 677000; druzvar@mail.ru

⁵Novocherkassk Engineering and Reclamation Institute named after A.K. Kortunov, ul. Pushkinskaya, 111, Novocherkassk, Rostov Region, Russia, 346428; zhikalenal1@mail.ru

Received on March 25, 2025 / Approved after reviewing on May 19, 2025 / Accepted on May 21, 2025

Abstract. There is a concept in forestry known as “absolute stand density” – the sum of the cross-sectional areas of all trees in the stand at a height of 1.3 meters, converted to 1 hectare. Currently, LIDAR tree survey mapping technology for forest areas is becoming increasingly

widespread. It provides data on tree coordinates and diameters, as well as other information. This data enables the calculation of stand density. Designing a reduction in the absolute stand density during improvement thinning operations in a uniform stand needs to make an optimal selection of trees to be harvested in order to achieve the target density while ensuring the maximum possible growing space for the remaining trees. This paper presents a problem of selecting trees for improvement thinning operations, which aims to maintain a specified stand density while ensuring an even spatial distribution of the remaining trees. The research aims at developing a mathematical model for the optimal selection of trees for harvesting as a decision support system to improve the efficiency of improvement thinning operations. We propose a genetic algorithm to solve this problem. The genetic algorithm uses the results of tree survey LiDAR scanning of the stand. In the algorithm, each tree is encoded as a binary vector, and the target function combines the maximization of total pairwise distances with penalties for violating constraints on the planned stand density and the minimum distance between trees left for further growth. When planning to reduce the absolute completeness of the plantation, during logging of forest maintenance, in a homogeneous plantation, it is necessary to make the optimal choice of trees assigned to logging in order to achieve the planned completeness, and at the same time provide the maximum possible living space for the trees left for rearing. The article presents the formulation of the problem of selecting trees for logging, assuming the preservation of a given proportion of the completeness of plantings while ensuring a uniform spatial distribution of the remaining trees. The aim of the work is to develop a mathematical model of optimal tree selection as a decision support system to improve the efficiency of logging due to the optimal choice of trees to be removed. To solve the problem, a genetic algorithm is proposed that assumes the results of a sub-tree LIDAR survey of the plantation, in which each tree is encoded by a binary vector, and the objective function combines maximizing the total pairwise distances and penalties for violating restrictions on the planned completeness of the plantation and the minimum distance between trees left to grow. The theoretical justification for the complexity of the problem is discussed, and it is shown that, in the general case, it is NP-hard. The proposed approach has been successfully tested on real-world tree survey LiDAR data, confirming its effectiveness and practical applicability in forestry.

Keywords: genetic algorithm, absolute stand density, reduction in absolute stand density, target absolute stand density, evenness of tree distribution, combinatorial optimization, meta-heuristics, LiDAR stand surveying, improvement thinning, retention of trees

Funding: The research was carried out within the framework of the scientific school “Innovative Solutions in Logging Industry and Forest Management” and funded by the Russian Science Foundation Grant No. 23-16-00092, <https://rscf.ru/project/23-16-00092/>.

For citation: Rego G.E., Grigorieva O.I., Grigoriev I.V., Druzyanova V.P., Matvienko E.Yu. A Mathematical Model for Tree Selection That Accounts for a Specified Absolute Stand Density During Improvement Thinning Operations. *Lesnoy Zhurnal* = Russian Forestry Journal, 2026, no. 3, pp. 82–94. (In Russ.). <https://doi.org/10.37482/0536-1036-2026-3-82-94>

Введение

Задачи отбора деревьев для лесохозяйственных мероприятий, основанные на критериях оптимизации расположения оставляемых насаждений, широко применимы в лесном деле [3, 5–7]. В частности, при проведении выборочных рубок часто ставится задача снизить абсолютную полноту (сумму площадей поперечных сечений стволов в пересчете на 1 га) насаждения до некоторого уровня, при этом сохранить как можно более равномерное распределение оставшихся деревьев [4]. Такая постановка задачи свойственна для рубок ухода разных видов, например, рубок обновления. В дальнейшем решаемая задача может

быть адаптирована под определенные цели, включая повышение эстетической привлекательности парков, обеспечение противопожарных разрывов и т. п.

Исходными данными для решения подобной задачи могут стать результаты лидарного сканирования насаждения, содержащие сведения о координатах мест произрастания деревьев, их диаметрах и породной принадлежности, позволяющие в т. ч. выполнять дистанционный мониторинг состояния насаждения [9, 11, 12, 18].

Рассматриваемая задача тесно связана с классической задачей максимального разнообразия (Maximum Diversity Problem) [23], в которой из набора объектов требуется выбрать подмножество так, чтобы суммарные попарные расстояния между элементами были наибольшими из возможных. Отличие заключается в том, что помимо максимизации «разнообразия» (равномерности расположения), необходимо учесть ограничение на снижение абсолютной полноты насаждения, а значит, удалять (или оставлять) деревья с учетом их диаметра [15, 16]. При этом равномерность формализуется как стремление увеличить средние расстояния между оставшимися деревьями либо как максимизация суммы попарных расстояний / минимального расстояния. Таким образом, задача усложняется по сравнению с классической задачей максимального разнообразия, поскольку к критерию «разнообразия» добавляются прикладные лесохозяйственные требования. В классической задаче максимального разнообразия число выбираемых объектов заранее задано [22].

Полнота насаждения является значимым показателем при проведении рубок ухода [14]. При лесоустроительных работах определяют как абсолютную, так и относительную полноту [1, 2]. Абсолютная полнота – это фактическая сумма площадей сечений деревьев на 1 га. Относительная полнота – отношение абсолютной полноты данного насаждения к полноте нормального насаждения (с полнотой 1,0). Обычно при определении абсолютной полноты используют данные перечета деревьев по диаметрам на пробных площадях или круговых площадках. Определение относительной полноты может проводиться глазомерно. Согласно Лесоустроительной инструкции, относительная полнота должна определяться с погрешностью не более $\pm 0,1$, но данные лидарной подервной съемки насаждения позволяют при помощи компьютерного алгоритма вычислять полноту с большей точностью [17].

До перехода на интенсивную модель лесного хозяйства при оценке качества и эффективности рубок ухода использовалась относительная полнота. В настоящее время в Правилах ухода за лесами для расчета доли вырубки древостоя и интенсивности рубок ухода используют абсолютную полноту. Например, С.Н. Сеннов для расчетов брал именно абсолютную полноту, которая наиболее точно отражает структуру древостоя [15].

Установление абсолютной полноты положено в основу составления программ рубок ухода, которые могут быть представлены как в табличной, так и в графической форме. Контроль абсолютной полноты позволяет следить за количеством вырубаемой части древесины и не выходить за пределы допустимых значений, заданных в Таблицах хода роста древостоев [4].

Для каждой породы можно построить график изменения суммы площадей сечений (абсолютной полноты) в зависимости от возраста древостоя (рис. 1). Красная линия на номограмме рис. 1 отображает минимальные абсолютные полноты. При вырубке части древостоя снижают полноту, но оставши-

еся на доразращивание дерева за счет уменьшения конкуренции за свет и почвенные ресурсы увеличивают энергию роста. Это позволяет им повышать прирост и восстановить абсолютную полноту насаждения и, когда это происходит, можно опять провести рубку [8]. Следует установить норму суммы площадей сечений к возрасту рубки спелых и перестойных насаждений и таким образом контролировать интенсивность и повторяемость рубок ухода.

Целью работы является разработка математической модели оптимального отбора деревьев в рубку как системы поддержки принятия решений для повышения эффективности рубок ухода.

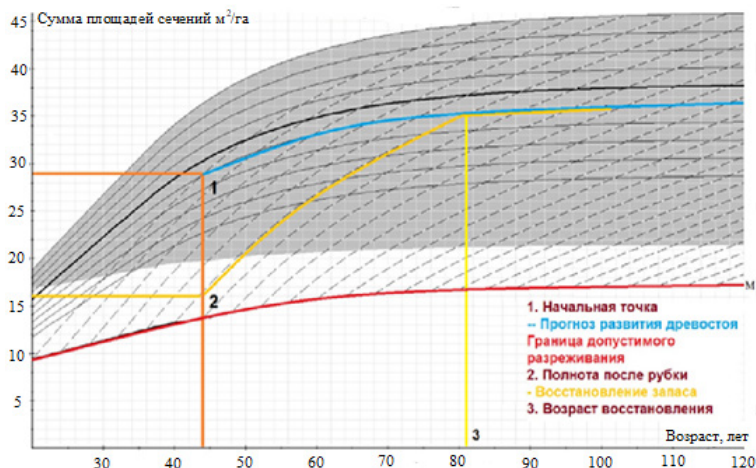


Рис. 1. Пример номограммы для проектирования рубок ухода за лесом

Fig. 1. A nomogram example for designing forest improvement thinning operations

Объекты и методы исследования

Объектом исследования стали материалы подеревной съемки лесного массива в Республике Татарстан (пригород г. Набережные Челны). Объем выборки составил 1000 деревьев. Пример данных подеревной съемки (координаты, порода, диаметр) представлен на рис. 2.

№ точки	X, м	У, м	Порода дерева	Диаметр D, м
1	482139,554	2323853,05	береза	0,25
2	482137,96	2323857,75	береза	0,40
3	482140,336	2323857,165	береза	0,25
4	482138,238	2323861,457	береза	0,40
5	482144,11	2323854,802	береза	0,30
6	482144,424	2323857,75	береза	0,14
7	482143,52	2323860,03	береза	0,13
8	482146,198	2323861,843	береза	0,40
9	482144,815	2323870,337	береза	0,50
10	482142,006	2323868,766	береза	0,35
11	482141,191	2323868,92	береза	0,25
12	482137,513	2323873,953	береза	0,40
13	482137,248	2323877,902	береза	0,15
14	482138,982	2323878,909	береза	0,40
15	482138,02	2323882,103	береза	0,30

Рис. 2. Пример результатов подеревной съемки, используемых при моделировании

Fig. 2. An example of the tree survey results used in modeling

Результаты исследования и их обсуждение

Формальная постановка задачи. Пусть задано множество деревьев $V = \{v_1, \dots, v_n\}$. Каждое дерево $v_i \in V$ имеет координаты (x_i, y_i) в некоторой локальной системе координат, радиус r_i и принадлежит к определенной породе. Суммарная площадь поперечных сечений всех деревьев S_1 в пределах участка составляет начальную полноту насаждения. Обозначим долю площади сечения деревьев, которую необходимо оставить на доращивание, как $0 \leq \Delta \leq 1$. Требуется вырубить подмножество деревьев так, чтобы площадь поперечного сечения оставленных на доращивание деревьев (в пересчете на 1 га) была в пределах $\Delta S_1 \pm 0,05 S_1$ га.

Решение задачи представлено в виде последовательности бинарных переменных $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$, где $z_i = 1$ означает, что дерево i остается на доращивание, а $z_i = 0$ – что дерево i вырубается. Площадь сечения дерева i обозначим как $A_i = \pi r_i^2$. Тогда требуемое снижение полноты можно задать как

$$\Delta S^1 - 0,05 S^1 \leq \sum_{i=1}^n A_i z_i \leq \Delta S^1 + 0,05 S^1. \quad (1)$$

Таким образом, общее количество (по сумме площадей) вырубаемых деревьев должно быть не меньше $(1 - \Delta - 0,05) S_1$. Дополнительно необходимо обеспечить требуемую «равномерность» расположения оставляемых деревьев. Для этого равномерность формализуется как нижняя граница δ на расстояние между любыми 2 оставленными деревьями. Для каждой пары деревьев $i \neq j$ вводится расстояние $d(i, j)$ между их центрами. Тогда условие, что если оба дерева остаются, то расстояние между ними не меньше δ , можно записать следующим образом: для каждой пары деревьев $(i, j) : i \neq j$ вводится ограничение

$$d(i, j) + \delta(1 - z_i z_j) \geq \delta. \quad (2)$$

Если $z_i z_j = 1$, то деревья i, j не вырубятся. Из этого неравенства вытекает $d(i, j) \geq \delta$. Если хотя бы 1 из деревьев вырублено ($z_i z_j = 0$), то ограничение выполняется автоматически из-за дополнительного слагаемого δ . Таким образом, равномерность задается не как дополнительная цель, а как жесткое ограничение: все оставшиеся деревья должны находиться друг от друга на расстоянии не меньше δ .

Целевую функцию при таком подходе можно задать как максимизацию суммарных попарных расстояний между оставшимися деревьями, что позволяет обеспечить максимальное жизненное пространство. Пусть вес w_{ij} определяется как $w_{ij} = d(i, j) - r_i - r_j$, чтобы учесть при расчетах радиусы стволов деревьев. Тогда целевая функция может быть записана как

$$\max \sum_{1 \leq i < j \leq n} w_{ij} z_i z_j. \quad (3)$$

Если необходимо, чтобы ограничения строго соблюдались, то можно использовать модель, описанную выражениями (1)–(3).

Однако на практике возникают ситуации, когда жестко заданные ограничения не могут быть выполнены. Чтобы это учесть, необходимо ввести в целе-

вую функцию модели штрафные члены. Пусть Λ_1 и Λ_2 – коэффициенты штрафа за несоблюдение ограничения на очищаемую от деревьев площадь и на минимальное расстояние между деревьями соответственно. Тогда итоговая функция может выглядеть так:

$$F(z) = \sum_{1 \leq i < j \leq n} w_{ij} z_i z_j - \Lambda_1 \phi(z) - \Lambda_2 \psi(z) \rightarrow \max, \quad (4)$$

$$\text{где } \phi(z) = \max \left\{ 0, \left| \sum_{i=1}^n A_i z_i - \Delta S_1 \right| - 0,05 S_1 \right\}, \quad \psi(z) = \sum_{1 \leq i < j \leq n} \max \{ 0, \delta - d(i, j) \} z_i z_j.$$

Величина $\phi(z)$ становится положительной, если суммарная площадь поперечного сечения оставленных деревьев выходит за допустимые пределы, описанные формулой (1). В этом случае модель наказывает решение штрафом $\Lambda_1 \phi(z)$. Аналогично $\psi(z)$ суммирует все недостаточно большие расстояния по сравнению с δ в парах оставшихся деревьев. Если среди доразрешаемых деревьев есть такие, расстояние между которыми меньше δ , то $\delta - d(i, j)$ положительно; тогда решение также штрафуются на $\Lambda_2 \psi(z)$ за каждую «слишком близкую» пару деревьев. Согласно формуле (4), штрафы задаются по отдельности, но на практике они чаще всего равны и при проведении экспериментов будем придерживаться пропорции 1/1.

Анализ вычислительной сложности показывает, что описанная задача является *NP*-трудной. Уже задача выбора подмножества вершин, максимизирующего сумму попарных расстояний, без дополнительных ограничений не допускает полиномиального времени решения при условии, что $P \neq NP$ [10, 20]. Включение ограничений на суммарные площади (или суммарные диаметры) удаляемых деревьев и на минимальное расстояние между оставшимися деревьями еще более усложняет постановку, поскольку добавляются нелинейные элементы с переменными z_i и условиями вида (2). Поэтому не существует вычислительно эффективного точного алгоритма, гарантирующего глобальный оптимум для большинства значений n . В реальных приложениях прибегают к метаэвристикам и эвристикам (жадному методу [13], генетическим алгоритмам [20], алгоритмам муравьиной колонии, или роя пчел [19, 21], и пр.), которые позволяют находить хорошие субоптимальные решения за приемлемое время. Опишем одну из таких эвристик ниже.

Генетический алгоритм для решения задачи. Генетические алгоритмы – это класс метаэвристических методов оптимизации, основанных на принципах, сходных с эволюционными механизмами естественного отбора. При применении к описанной в предыдущем разделе задаче особь (решение задачи) кодируется двоичным вектором $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$, где каждая позиция указывает на оставление ($z_i = 1$) или удаление ($z_i = 0$) дерева. Функция приспособленности $F(z)$ определяется заданной целевой функцией (4), включающей критерий равномерного размещения деревьев и штрафа за нарушение лесохозяйственных ограничений. Целевую функцию необходимо максимизировать – чем больше ее значение, тем выше приспособленность особи. Операция кроссовера выполняет обмен фрагментов 2 особей, формируя особи-потомки. Для рассматриваемой постановки задачи будет использоваться одноточечный кроссовер с точкой скре-

щивания, равной целой части числа от частного $\frac{n}{2}$, где n – число деревьев. Мутация случайным образом изменяет некоторые биты (0 на 1 или 1 на 0), чтобы увеличить разнообразие и избежать преждевременной сходимости.

Вход:

Множество деревьев $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ с радиусом $r_i \rightarrow v_i$ и площадью поперечного сечения $A_i = \pi r_i^2$.

Суммарная площадь сечений S_1 , составляющая начальную полноту насаждения.

Параметр Δ (доля деревьев, которую нужно оставить на доращивание), $0 \leq \Delta \leq 1$.

Порог δ – минимально допустимое расстояние между любыми 2 оставленными деревьями.

Параметры штрафов Λ_1 и Λ_2 .

Параметры генетического алгоритма:

popSize – размер популяции (будем подразумевать, что **popSize** – четное число для упрощения формирования особей-потомков);

maxGen – максимальное число поколений;

p_c – вероятность кроссовера, будем считать ее равной 1;

p_{mt} – вероятность мутации, примем ее за 0,01.

Выход:

Множество вершин (деревьев) $V' \subset V$, которые остаются на доращивание в соответствии с вектором $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$.

Значение целевой функции (4), учитывающей суммарное расстояние (с поправкой на радиусы) и штрафы за нарушения.

Начало алгоритма.

Шаг 1. Сформировать начальную популяцию особей P размера **popSize**. Инициализацию можно сделать случайной (каждый z_i равен 1 с вероятностью Δ и 0 с вероятностью $1 - \Delta$). Текущее число поколений задать равным 1.

Шаг 2. Для каждой особи z из P вычислить значение ее функции приспособленности (4).

Шаг 3. Пока текущее число поколений меньше **maxGen** или не достигнуты другие критерии останова, выполнять Шаги 4–8.

Шаг 4. Из текущей популяции отобрать пары особей для размножения. Мы будем пользоваться методом рулетки [24] на основе значений функции приспособленности (4). Число пар для размножения равно $\frac{\text{popSize}}{2}$.

Шаг 5. Для каждой пары родителей $(z(p_1), z(p_2))$ осуществить обмен частями генов, формируя потомков.

Шаг 6. Для каждого потомка и каждого его гена $z_{i,k}$ с вероятностью p_{mt} поменять 0 на 1 или 1 на 0. Это помогает сохранить «генетическое разнообразие».

Шаг 7. Для полученных потомков вычислить значение функции приспособленности (4).

Шаг 8. Объединить потомков и родителей в новое поколение размером **popSize** особей. Отбор особей в новое поколение также будет выполняться при помощи метода рулетки. Увеличить текущее число поколений на 1.

Шаг 9. По окончании заданного числа поколений или при достижении стабильности значений функции приспособленности (например, несколько поколений подряд значение функции приспособленности лучшей особи не возрастает) выбрать особь $z' = (z'_1, z'_2, \dots, z'_n)$ с наибольшим значением функции приспособленности (4). Индексы $i : z'_i$ образуют искомое множество деревьев $V' \subset V$, которые остаются на доращивание. Значение функции приспособленности $F(z')$ определяет суммарное расстояние (с учетом радиусов), а штрафы $\Lambda_1\phi(z)$ и $\Lambda_2\psi(z)$ учитывают отклонения от целевых ограничений.

Конец алгоритма.

Апробация генетического алгоритма для решения задачи. Апробация разработанного генетического алгоритма проводилась на базе реальных данных перечетной ведомости, содержащей координаты и диаметры деревьев в лесном массиве. Сначала исходная выборка была очищена от аномальных значений (например, ошибочно больших диаметров) и преобразована в числовой формат, что позволило корректно учитывать координаты и радиусы. Далее для каждого дерева были вычислены вспомогательные показатели: площадь поперечного сечения, а также параметры для оценки расстояний (евклидового и с поправкой на радиусы деревьев).

После подготовки данных алгоритм запускался с фиксированными параметрами: размер популяции $\text{popSize} = 20$, максимальное число поколений $\text{maxGen} = 30$, вероятности кроссовера $p_m = 1$ и мутации $p_{mt} = 0,01$, коэффициенты штрафа $\Lambda_1 = 1000$, $\Lambda_2 = 1000$. Цель состояла в том, чтобы поддерживать нужный уровень полноты насаждений (заданный долей $\Delta = 0,6$ с допустимым отклонением $\pm 0,05S_1$) и одновременно максимизировать суммарное расстояние между оставшимися деревьями, задавая нижнюю границу $\delta = 20$ м для расстояния между деревьями. Начальная популяция генерировалась случайным образом, где каждое дерево в насаждении представляло собой набор бинарных переменных $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$, определяющих оставление или удаление дерева.

На каждом поколении проводилась оценка деревьев в насаждении $F(z)$ с учетом штрафных слагаемых за нарушение ограничений по площади (полноте) и расстояниям. Лучшие деревья в насаждении выбирались методом рулетки, что позволило сохранить генетическое разнообразие популяции и избежать слишком ранней сходимости к локальному максимуму. Затем применялись кроссовер и мутация, поддерживающие вариативность решений. При достижении заданного числа поколений либо при отсутствии улучшения за несколько итераций алгоритм останавливался.

Для оценки результатов алгоритма (рис. 3) использовалось финальное значение целевой функции. Кроме того, визуализировалось расположение деревьев: оставленные деревья выделялись цветом, что давало возможность наглядно оценить равномерность итогового распределения. При увеличении штрафов (Λ_1, Λ_2) решения более строго соблюдали целевую полноту и дистанцию, однако иногда это несколько снижало суммарную оценку расстояний. Вряде запусков наблюдалось, что уже к середине итерационного процесса (30–50 % от maxGen) алгоритм находил решение, близкое к лучшему по достигнутому значению функции приспособленности.

Таким образом, апробация показала, что предложенный генетический алгоритм способен эффективно решать задачу поиска подмножества деревьев в насаждении для оставления на дорастивание, удовлетворяя лесохозяйственным ограничениям. Метод корректно реагирует на изменения параметров Δ , δ , Λ_1 , Λ_2 и при должном подборе величин штрафа и вероятностей генетических операторов достигает сбалансированного решения, где одновременно учитываются требования к полноте насаждений и к равномерности расположения оставленных деревьев.

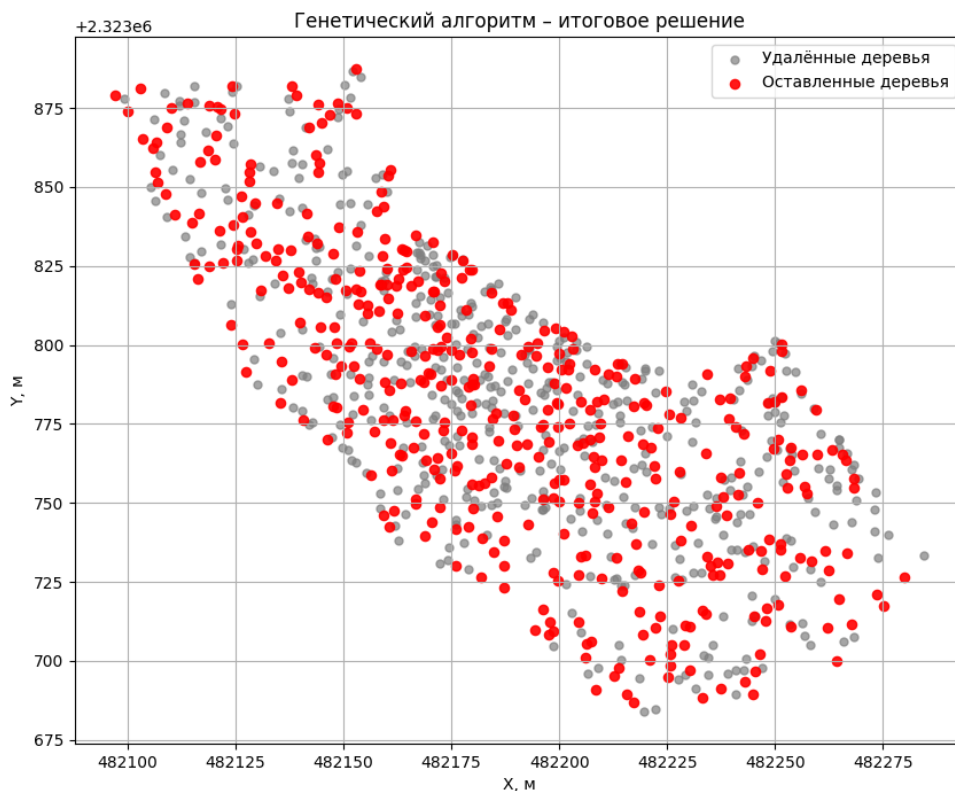


Рис. 3. Результат работы генетического алгоритма

Fig. 3. The genetic algorithm performance

Заключение

Таким образом, описанный подход к отбору деревьев на основе генетического алгоритма показывает высокую эффективность при решении задачи снижения абсолютной полноты насаждения с сохранением равномерности расположения оставшихся деревьев. Модель, включающая штрафные члены за отклонения от заданного уровня полноты и минимально допустимого расстояния, позволяет учитывать реальные лесохозяйственные ограничения. Результаты эксперимента с использованием данных подеревной съемки подтверждают, что метод позволяет находить сбалансированные решения за оптимальное время, корректно реагируя на изменения параметров Δ , δ , Λ_1 , Λ_2 , а также на число поколений и размер популяции в алгоритме. Дальнейшее развитие работы может включать исследование более сложных критериев равномерности, а также ин-

теграцию дополнительных факторов (породный состав, экономические показатели и т. д.) для формирования комплексных планов ведения лесного хозяйства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Беляева Н.В. Зональные особенности возобновления ели в условиях Ленинградской области // *Науч. обозрение*. 2012. № 5. С. 97–106.

Belyaeva N.V. Zonal Peculiarities of Spruce Reforestation in Leningrad Region Conditions. *Nauchnoye obozreniye*, 2012, no. 5, pp. 97–106. (In Russ.).

2. Беляева Н.В., Грязькин А.В. Закономерности появления подроста ели после сплошных рубок в зависимости от состава материнского древостоя // *Актуал. проблемы лесн. комплекса*. 2015. № 41. С. 3–7.

Beliaeva N.V., Gryazkin A.V. Patterns of Spruce Regeneration Following Final Thinning, Depending on the Parent Stand Composition. *Aktual'nye problemy lesnogo kompleksa*, 2015, no. 41, pp. 3–7. (In Russ.).

3. Богачев П.В., Григорьева О.И. Контроль качества и эффективности рубок ухода по нормативам интенсивной модели лесного хозяйства в Тихвинском лесничестве Ленинградской области // *Актуальные проблемы лесного хозяйства и деревопереработки: материалы Всерос. науч.-практ. конф. / под ред. Ю.М. Казакова и др.* Казань: Казанск. нац. исслед. технол. ун-т, 2023. С. 16–19.

Bogachev P.V., Grigoreva O.I. Quality Control and Efficiency of Logging Care According to the Standards of the Intensive Forestry Model in the Tikhvin Forestry of the Leningrad Region. *Current Issues in Forestry and Wood Processing: Proceedings of the All-Russian Scientific and Practical Conference*. Ed. by Yu.M. Kazakov et al. Kazan, KSTU Publ., 2023, pp. 16–19. (In Russ.).

4. Богачев П.В., Григорьева О.И., Григорьев Г.А. Использование абсолютной полноты как критерия качества проведения рубок ухода // *Повышение эффективности лесного комплекса: материалы Девятой Всерос. нац. науч.-практ. конф. с междунар. участием*. Петрозаводск: Петрозаводск. гос. ун-т, 2023. С. 40–41.

Bogachev P.V., Grigoreva O.I., Grigorev G.A. The Use of Basal Area per Hectare as a Quality Standard for Improvement Thinning Operation. *Improving the Efficiency of the Forest Complex: Proceedings of the 9th All-Russian National Scientific and Practical Conference with International Participation*. Petrozavodsk, PSU Publ., 2023, pp. 40–41. (In Russ.).

5. Григорьева О.И., Панарин А.О. Перспективные пути повышения эффективности рубок ухода в молодняках // *Актуальные проблемы лесного хозяйства и деревопереработки: материалы Всерос. науч.-практ. конф. / под ред. Ю.М. Казакова и др.* Казань: Казанск. нац. исслед. технол. ун-т, 2023. С. 70–73.

Grigoreva O.I., Panarin A.O. Promising Ways to Improve the Efficiency of Felling Care in Young Stands. *Current Issues in Forestry and Wood Processing: Proceedings of the All-Russian Scientific and Practical Conference*. Ed. by Yu.M. Kazakov et al. Kazan, KSTU Publ., 2023, pp. 70–73. (In Russ.).

6. Дружинин Н.А., Дружинин Ф.Н. Лесоводственная эффективность равномерно-постепенных рубок в условиях Вологодской области // *Лесохоз. информ.* 2013. № 2. С. 40–44.

Druzhinin N.A., Druzhinin F.N. Silvicultural Efficiency of Even Gradual Cutting in the Vologda Region Conditions. *Forestry information*, 2013, no. 2, pp. 40–44. (In Russ.).

7. Дружинин Н.А., Неволин Н.Н. О выборочных рубках в осушаемых ельниках // *Гидролесомелиорация и эффективное использование земель лесного фонда. Информационные материалы*. Вологда, 1998. С. 243–248.

Druzhinin N.A., Nevolin N.N. On Selective Logging in Drained Spruce Forests. *Reclamation Hydroforestry Reclamation and Efficient Use of Forest Lands. Information Materials*. Vologda, 1998, pp. 243–248. (In Russ.).

8. Коротюк О.М. Значение и проблемы рубок ухода // Тр. Братск. гос. ун-та. Сер.: Естеств. и инженер. науки – развитию регионов Сибири. 2009. Т. 1. С. 142–147.

Korotyuk O.M. Importance and Problems of Improvement Thinning. *Trudy Bratskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Estestvennyye i inzhenernyye nauki – razvitiyu regionov Sibiri*, 2009, vol. 1, pp. 142–147. (In Russ.).

9. Коршунов Н.А., Савченкова В.А., Перминов А.В., Конюшенков М.Е. Перспективные направления применения беспилотных авиационных систем в лесном комплексе // Лесохоз. информ. 2022. № 2. С. 34–46.

Korshunov N.A., Savchenkova V.A., Perminov A.V., Konyushenko M.E. Promising Areas of Application of Unmanned Aircraft Systems in the Forest Complex. *Forestry information*, 2022, no. 2, pp. 34–46. (In Russ.). <https://doi.org/10.24419/LHI.2304-3083.2022.2.03>

10. Кружилин С.Н., Барышникова Е.В., Мишенина М.П. Методика статистической обработки результатов лесокультурных исследований с использованием ППП MATHCAD // Лесотехн. журн. 2019. Т. 9, № 3(35). С. 56–67.

Kruzhilin S.N., Baryshnikova E.V., Mishenina M.P. Methodology for Statistical Processing of the Sylvicultural Research Results Using Mathcad Application Package. *Forestry Engineering Journal*, 2019, vol. 9, no. 3(35), pp. 56–67. (In Russ.). <https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2019.3/56>

11. Кружилин С.Н., Ищенко О.С., Багдасарян А.А. Мониторинг дубрав в условиях нижнего Дона (на примере Донлесхоза) // Наука. Мысль: электрон. периодич. журн. 2017. Т. 7, № 7. С. 35–39.

Kruzhilin S.N., Ischenko O.S., Bagdasaryan A.A. Monitoring of Dubravs Under the Conditions of the Lower Don (on the Example of Donleskhoz). *Nauka. Mysl: electronic periodical journal*, 2017, vol. 7, no. 7, pp. 35–39. (In Russ.). <https://doi.org/10.25726/нмэнж.в7и7.7>

12. Кружилин С.Н., Чернышков Д.В. Методика исследования географических культур дуба черешчатого // Человек. Общество. Природа. Международный сборник научно-практических работ / под ред. В.С. Кукушина. Ростов-на-Дону: ГинГо, 2011. С. 308–312.

Kruzhilin S.N., Chernyshkov D.V. Research Method for Provenance Trial Plantations of English Oak. *Man. Society. Nature. International Collection of Academic and Practical Papers*. Ed. by V.S. Kukushin. Rostov-on-Don, GinGo Publ., 2011, pp. 308–312. (In Russ.).

13. Рего Г.Э., Григорьева О.И., Григорьев И.В., Воронова А.М., Должиков И.С., Друзьянова В.П. Математическая модель отбора деревьев в однородном насаждении при проведении рубок ухода // Изв. вузов. Лесн. журн. 2025. № 2. С. 38–50.

Rego G.E., Grigoreva O.I., Grigorev I.V., Voronova A.M., Dolzhikov I.S., Druzyanova V.P. A Mathematical Model of Tree Selection in a Homogeneous Plantation During Improvement Thinning. *Lesnoy Zhurnal = Russian Forestry Journal*, 2025, no. 2, pp. 38–50. (In Russ.). <https://doi.org/10.37482/0536-1036-2025-2-38-50>

14. Русинов Д.Э. Разработка алгоритма назначения лесохозяйственных мероприятий по уходам за лесами // Научному прогрессу – творчество молодых. 2020. № 2. С. 145–148.

Rusinov D.E. Development of an Algorithm for Assigning Forestry Measures for Forest Care. *Nauchnotu progressu – tvorchestvo molodykh*, 2020, no. 2, pp. 145–148. (In Russ.).

15. Сеннов С.Н. Динамика еловых древостоев разного происхождения // Лесоведение. 1992. № 1. С. 3–10.

Sennov S.N. Dynamics of Spruce Stands of Different Origin. *Lesovedenie = Forest science*, 1992, no. 1, pp. 3–10. (In Russ.).

16. Сеннов С.Н. Итоги экспериментального изучения конкуренции в древостоях // Изв. С.-Петербург. лесотехн. акад. 1993. № 11. С. 160–172.

Sennov S.N. The Results of an Experimental Study of Competition in Stands. *Izvestia Sankt-Peterburgskoj lesotehnicoskoj akademii*, 1993, no. 11, pp. 160–172. (In Russ.).

17. Сидоренков В.М., Астапов Д.О., Бадак Л.А., Ачиколова Ю.С. Возможности таксации лесов на основе данных радиолокационной спутниковой съемки на примере ленточных боров Алтайского края // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса: материалы 19-й Междунар. конф. М.: ИКИ РАН, 2021. С. 379.

Sidorenkov V.M., Astapov D.O., Badak L.A., Achikolova Yu.S. Radar Satellite Survey Data Based on Forest Inventory Opportunities (Case Study of Altai Territory Ribbon Forests). *Modern Issues of Remote Sensing of the Earth from Space: Proceedings of the 19th International Conference*. Moscow, IKI RAS Publ., 2021. 379 p. (In Russ.).

<https://doi.org/10.21046/19DZZconf-2021a>

18. Степанова Д.С., Савченкова В.А. Мониторинг состояния зеленых насаждений // Охрана, инновационное восстановление и устойчивое управление лесами. Forestry – 2023: материалы Междунар. лесн. форума. Воронеж: ВГЛУ им. Г.Ф. Морозова, 2023. С. 164–172.

Stepanova D.S., Savchenkova V.A. Planting Observation. *Protection, Advance Restoration and Sustainable Forest Management. Forestry – 2023. Proceedings of the International Forestry Forum*. Voronezh, VGLTU Publ., 2023, pp. 164–172. (In Russ.).

https://doi.org/10.58168/Forestry2023_164-172

19. Alaidi A.H., Der C.S.S., Leong Y.W. Systematic Review of Enhancement of Artificial Bee Colony Algorithm Using Ant Colony Pheromone. *International Journal of Interactive Mobile Technologies*, 2021, vol. 15, no. 16, pp. 172–180.

<https://doi.org/10.3991/ijim.v15i16.24171>

20. Katoch S., Chauhan S.S., Kumar V. A Review on Genetic Algorithm: Past, Present, and Future. *Multimedia Tools and Applications*, 2021, vol. 80, pp. 8091–8126.

<https://doi.org/10.1007/s11042-020-10139-6>

21. Kuo C.-C., Glover F., Dhir K.S. Analyzing and Modeling the Maximum Diversity Problem by Zero-One Programming. *Decision Sciences*, 1993, vol. 24, iss. 6, pp. 1171–1185.

<https://doi.org/10.1111/j.1540-5915.1993.tb00509.x>

22. Martí R., Martínez-Gavara A., Pérez-Peló S., Sánchez-Oro J. A Review on Discrete Diversity and Dispersion Maximization from an OR Perspective. *European Journal of Operational Research*, 2022, vol. 299, iss. 3, pp. 795–813.

<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.07.044>

23. Parreño F., Álvarez-Valdés R., Martí R. Measuring Diversity. A Review and an Empirical Analysis. *European Journal of Operational Research*, 2021, vol. 289, iss. 2, pp. 515–532. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.07.053>

24. Shukla A., Pandey H.M., Mehrotra D. Comparative Review of Selection Techniques in Genetic Algorithm. *2015 International Conference on Futuristic Trends on Computational Analysis and Knowledge Management (ABLAZE)*. Greater Noida, India, 2015, pp. 515–519.

<https://doi.org/10.1109/ABLAZE.2015.7154916>

Конфликт интересов: Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов
Conflict of interest: The authors declare no conflict of interest