Научная статья
УДК 630*372/375
DOI: 10.37482/0536-1036-2026-5-127-140

Взаимодействие малогабаритных лесных машин с почвенно-грунтовой поверхностью

И.С. Должиков*[1], *канд. техн. наук; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2738-0483
Е.Г. Хитров*[2], *д-р техн. наук, доц.; ResearcherID: R-8199-2016,
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4569-9508
О.А. Куницкая*[3]✉, *д-р техн. наук, проф.; ResearcherID: AAC-9568-2020,
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8542-9380
О.Б. Марков*[4], *канд. техн. наук, доц.; ResearcherID: AAS-9699-2020,
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2467-9607
С.В. Египко*[5], *канд. техн. наук, доц.; ResearcherID: HKE-8530-2023,
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8356-7026
О.И. Григорьева*[6], *канд. с.-х. наук, доц.; ResearcherID: AAC-9570-2020,
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5937-0813
[1]Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, Санкт-Петербург, Россия; idolzhikov222@mail.ru
[2]Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия; yegorkhitrov@gmail.com
[3]Арктический государственный агротехнологический университет, г. Якутск, Россия; ola.ola07@mail.ru✉
[4]Петрозаводский государственный университет, г. Петрозаводск, Россия; 79212222619@yandex.ru
[5]Новочеркасский инженерно-мелиоративный институт им. А.К. Кортунова – филиал Донского государственного аграрного университета, г. Новочеркасск, Россия; egipko_s@mail.ru
[6]Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет им. С.М. Кирова, Санкт-Петербург, Россия; grigoreva_o@list.ru

Поступила в редакцию 05.05.26 / Одобрена после рецензирования 19.06.26 / Принята к печати 21.06.26

Аннотация. Бóльшая часть лесных производств России, принадлежащих юридическим лицам, относится к мелким и малообъемным (около 85 %), для которых, в отличие от крупных и средних лесопромышленных компаний (60 % лесной промышленности страны), приобретение мощных лесных машин экономически неэффективно, т. к. сравнительно небольшие объемы работ не позволяют эффективно загрузить такие технические средства. Небольшой объем леса заготавливается также местным населением для собственных нужд с применением бензиномоторных пил и малогабаритных тракторов. Прогноз взаимодействия малогабаритных лесных машин с почвенно-грунтовыми поверхностями является актуальной и сложной научной и практической задачей, т. к. цикличность воздействия движителя на почвогрунты влияет на его работу в различных случаях по-разному. В статье представлена теоретическая модель циклического воздействия движителя на почвогрунт. Модель пригодна для расчета проходимости и колееобразования при циклическом воздействии движителя на почвогрунт, т. е. при многократном прохождении лесной техники по участку местности, за счет использо-

© Должиков И.С., Хитров Е.Г., Куницкая О.А., Марков О.Б., Египко С.В., Григорьева О.И., 2026
Статья опубликована в открытом доступе и распространяется на условиях лицензии CC BY 4.0

вания функций механических свойств почвогрунта от плотности скелета. В модели учтено в т. ч. воздействие единичного движителя, что позволяет, например, для многоосных лесных машин и машин с прицепом детально рассматривать воздействие ходовой части и формулировать оптимизационную задачу распределения нагрузки между единичными движителями (как веса, так и давления на почвогрунт); оптимизационная постановка задачи дает возможность решать проблему синтеза ходовой части лесной техники. Коэффициент буксования представлен как параметр математической модели, определяемый соотношением сцепления движителя с почвогрунтом, обусловленного сопротивлением движению, и механическими свойствами опорной поверхности, а также ее уклоном. Применение предложенной модели на практике будет способствовать принятию наилучших решений о выборе машин и наиболее рациональному планированию их работы в различных природно-производственных условиях.

Ключевые слова: лесные машины, лесные почвогрунты, коэффициент буксования, опорная проходимость, колееобразование, уплотнение почвогрунтов, единичный движитель

Финансирование: Работа выполнена в рамках научной школы «Инновационные разработки в области лесозаготовительной промышленности и лесного хозяйства» Арктического государственного агротехнологического университета, за счет гранта РНФ № 26-16-00047, https://rscf.ru/project/26-16-00047/.

Для цитирования: Должиков И.С., Хитров Е.Г., Куницкая О.А., Марков О.Б., Египко С.В., Григорьева О.И. Взаимодействие малогабаритных лесных машин с почвенно-грунтовой поверхностью // Изв. вузов. Лесн. журн. 2026. № 5. С. 127–140. https://doi.org/10.37482/0536-1036-2026-5-127-140

Original article

Interaction between Small-Sized Forest Machines and Soil-Ground Surface

Ilya S. Dolzhikov[1], *Candidate of Engineering;* ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2738-0483
Egor G. Khitrov[2], *Doctor of Engineering, Assoc. Prof.;* ResearcherID: R-8199-2016, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4569-9508
Olga A. Kunitskaya[3]✉, *Doctor of Engineering, Prof.;* ResearcherID: AAC-9568-2020, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8542-9380
Oleg B. Markov[4], *Candidate of Engineering, Assoc. Prof.;* ResearcherID: AAS-9699-2020, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2467-9607
Sergey V. Egipko[5], *Candidate of Engineering, Assoc. Prof.;* ResearcherID: HKE-8530-2023, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8356-7026
Olga I. Grigoreva[6], *Candidate of Agriculture, Assoc. Prof.;* ResearcherID: AAC-9570-2020, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5937-0813
[1]Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, Saint Petersburg, Russia; idolzhikov222@mail.ru
[2]Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Saint Petersburg, Russia; yegorkhitrov@gmail.com
[3]Arctic State Agrotechnological University, Yakutsk, Russia; ola.ola07@mail.ru✉
[4]Petrozavodsk State University, Petrozavodsk, Russia; 79212222619@yandex.ru
[5]Novocherkassk Engineering and Reclamation Institute named after A.K. Kortunov – A branch of the Don State Agrarian University, Novocherkassk, Russia; egipko_s@mail.ru

This is an open access article distributed under the CC BY 4.0 license

[6]Saint Petersburg State Forest Technical University, Saint Petersburg, Russia;
grigoreva_o@list.ru

Received on May 5, 2026 / Approved after reviewing on June 19, 2026 / Accepted on June 21, 2026

Abstract. Most of Russia's forestry companies, which are owned by legal entities, are small and low-volume producers (about 85 %). Unlike large and medium-sized forestry companies (which account for 60 % of the country's forestry industry), purchasing high-performance forestry machinery is economically inefficient for them. since the relatively small volume of work does not allow effective utilization of such equipment. The local population also harvests a small amount of timber for their own needs, using gasoline-powered chainsaws and small tractors. Projecting the interaction between small-sized forestry machines and soil surfaces is a relevant and complex scientific and practical issue, since the cyclical nature of the machine's impact on the soil affects its performance differently in various situations. This article presents a theoretical model of the cyclic impact of a propulsor to soil. The model is suitable for calculating passability and rutting under cyclic loading of soil by a propulsor, i.e., when forestry machinery repeatedly passes over a section of terrain, by utilizing the mechanical properties of the soil based on the density of its skeleton. The model also considers the effect of a single propulsor, which allows, a detailed analysis of the undercarriage's impact and formulation of an optimization issue for load distribution among individual propulsors (both weight and ground pressure), for example, in case of multiaxial forestry machines and machines with trailers. The slipping coefficient is represented as a parameter of the mathematical model, determined by the ratio of the traction between the propulsor and soil, caused by resistance to motion, and the mechanical properties of the supporting surface, as well as its slope. Applying the proposed model will facilitate better decision-making regarding the selection of machinery and the most rational planning of its work in various natural and operational conditions.

Keywords: forest machines, forest soils, slipping coefficient, supporting passability, rutting, soil compaction, single propulsor

Funding: The work was carried out within the framework of the scientific school "Innovative Solutions in the Logging Industry and Forestry" of the Arctic State Agrotechnological University and financially supported by the Russian Science Foundation grant No. 26-16-00047, https://rscf.ru/project/26-16-00047/.

For citation: Dolzhikov I.S., Khitrov E.G., Kunitskaya O.A., Markov O.B., Egipko S.V., Grigoreva O.I. Interaction between Small-Sized Forest Machines and Soil-Ground Surface. *Lesnoy Zhurnal* = Russian Forestry Journal, 2026, no. 5, pp. 127–140. (In Russ.). https://doi.org/10.37482/0536-1036-2026-5-127-140

Введение

В связи с тем, что большинство лесопользователей России относится к мелким производителям и не способны рентабельно использовать тракторы большого и даже среднего класса тяги (более 0,4 тс), возникает необходимость уделить особое внимание тракторным базам малого класса тяги, составляющим основу парка машин таких предприятий, включая вопросы их воздействия на лесные почвогрунты и оптимальности конструкции для различных лесных работ с точки зрения эксплуатационной и экологической эффективности.

Тесная взаимосвязь между экологической и экономической эффективностью лесопользования раскрыта в работах [3, 5], в которых на основании срав-

нения «дебета и кредита энергий» в экосистемах, т. е. количества накопленных и израсходованных ресурсов [9], показано, что в управляемых лесах экологическая и, соответственно, экономическая эффективность лесопользования и лесовосстановления взаимосвязаны и должны определяться как комплекс затрат на получение, транспортировку и восстановление лесных ресурсов.

Показатели воздействия движителей лесных машин на почвогрунты лесосек напрямую влияют на расход топлива, возможную (оптимальную) рейсовую нагрузку – эксплуатационную эффективность, а также степень уплотнения почвогрунта и глубину образующейся колеи – экологическую эффективность [21–25].

Цикличность воздействия движителя на почвогрунты сказывается на его результатах в различных случаях по-разному, поэтому достоверный прогноз взаимодействия малогабаритных лесных машин с почвенно-грунтовыми поверхностями является актуальной и сложной научной и практической задачей [10, 11, 14–16]. Решение данной задачи позволяет создать информационную основу системы поддержки принятия решений о наилучшем выборе машин и оптимальных показателях их работы в различных природно-производственных условиях.

Объектом данного теоретического исследования является модель взаимодействия движителей малогабаритных лесных машин с почвогрунтом. Применялись численные методы решения уравнений и аппроксимации данных.

Результаты исследования и их обсуждение

Для решения сформулированных задач требуется комплексная оценка взаимодействия техники с почвогрунтом, складывающаяся из двух основных составляющих. Во-первых, необходимо обеспечить экологичность движителя [6], формально:

$$h \le h_{\text{крит}}, \tag{1}$$

где h – глубина колеи; $h_{\text{крит}}$ – допустимая глубина колеи (задается как входной параметр при моделировании с учетом типа почвогрунта, часто $h_{\text{крит}} = 0{,}20$ м), во-вторых, требуется обеспечить проходимость движителя:

$$\varphi_P = \mu - \varphi_R \ge \varphi_P^*, \tag{2}$$

где φ_P – коэффициент тяги; μ – коэффициент сцепления движителя с почвогрунтом; φ_R – коэффициент сопротивления движению; φ_P^* – требуемый пороговый коэффициент тяги (задается как регулируемый параметр модели с учетом возможного преодоления уклона местности и обособленных препятствий на маршруте).

Подход, заложенный в отечественной школе теории движения машин на местности, впоследствии адаптированный и развитый применительно к задачам лесного комплекса, подразумевает решение уравнения колееобразования [2]:

$$h = \frac{p_s}{p_s - p} \frac{JpK}{\sqrt{(1 - JpK)\,ax_2}} \operatorname{arctg} \frac{(H - h)\,ax_2}{\sqrt{(1 - JpK)\,ax_2}}, \tag{3}$$

где p – среднее давление движителя на почвогрунт по пятну контакта; p_s – несущая способность почвогрунта; J, a – коэффициенты, учитывающие форму пятна контакта и мощность слоя почвогрунта, подверженного деформации;

K – параметр, учитывающий механические свойства почвогрунта; x_2 – характеристика формы пятна контакта (при форме, близкой к прямоугольной, соответствует меньшей стороне, при эллиптической форме – наименьшему фокусному расстоянию).

В «базовом» случае, когда упругим восстановлением почвогрунта после снятия нагрузки и временем воздействия движителя на почвогрунт можно пренебречь, параметр K принимается

$$K = \frac{1}{E}. \quad (4)$$

В более сложных случаях, требующих учета продолжительности воздействия, упругого восстановления, иных особенностей взаимодействия движителя с почвогрунтом, пользуются функциями K, принимающими во внимание реологию почвогрунта, например:

$$K = \frac{1}{E\left(1 + e^{-t\frac{E_2}{\eta}}\right)}, \quad (5)$$

где t – время воздействия движителя на почвогрунт; E_2 – длительный модуль деформации грунта; η – реологический параметр почвогрунта, связанный с вязкостью.

Показано, что функции (4), (5) и уравнение (3) позволяют получать оценки глубины колеи, хорошо согласующиеся с экспериментальными данными, для условий лесных почвогрунтов с модулем общей деформации $E > 0{,}2$ МПа (нижняя граница III категории прочности почвогрунта) при однократном проходе машины. Цикличность воздействия, например, колесного движителя, проходящего маршрут по следу, учитывается аналогично [1] за счет множителя $\left(1 + e^{-t\frac{E_2}{\eta}}\right)$ в знаменателе (5).

Однако для применения (5) требуются надежные статистические данные по значениям E_2, η, весьма чувствительным к фракционному составу и состоянию почвогрунта. На практике это обстоятельство сужает область применения подхода, поскольку эмпирическая база для его реализации не сформирована. Методики экспериментального определения длительного и вязкого сопротивления лесного почвогрунта деформациям нуждаются в совершенствовании [4, 6, 7].

Кроме того, для развития теоретических положений и формулирования практических рекомендаций по обоснованию «планового» веса лесной машины требуется учесть циклическое воздействие движителя, возникающее с временными интервалами, превосходящими сравнительно краткие интервалы последовательного воздействия колес одной машины. В работах [12, 13, 18–25] отмечается, что моделирование циклического воздействия лесной техники на почвогрунт при многократном прохождении машины по следу является одной из сложнейших задач теории движения лесных машин, решение которой должно основываться на разработках в предметной области при соответствующем уровне программной и аппаратной части стендов для реализации вычислительных экспериментов.

Для решения задачи совершенствования синтеза ходовой части лесных машин сформулируем в общем виде оптимизационную задачу обоснования

веса движителя при циклическом нагружении при однократном проходе многоосной машины по почвогрунту и при многократном – по следу.

Поскольку оба требования (1), (2) на настоящем этапе признаны критически важными, допустимый вес ограничен одновременным соблюдением условий:

$$\begin{cases} h \le h_{\text{крит;}} \\ \varphi_P = \mu - \varphi_R \ge \varphi_P^*. \end{cases} \quad (6)$$

В данной постановке записать приведенную целевую функцию оптимизации не представляется возможным, поскольку количественная оценка ущерба окружающей среде в виде функции h отсутствует. Однако с учетом связи $\varphi_P = \varphi_P(h)$, в которой большим глубинам h соответствуют меньшие коэффициенты φ_P, логично дополнить условия (6) требованием минимизации h по весу w движителя.

В общем виде задача условной оптимизации для однократного воздействия может быть записана так:

$$\begin{cases} h(w) \to \min\limits_{w}; \\ h(w) \le h_{\text{крит}}; \\ \varphi_P(h) \ge \varphi_P^*. \end{cases}$$

В случае циклического нагружения требуется определить вектор $\mathbf{w}$, координатами которого являются веса единичных движителей w_i, последовательно проходящих по маршруту (либо по следу):

$$\mathbf{w} : \mathbf{w} = \underset{\mathbf{w}\in\mathbb{R}^n}{\operatorname{argmin}} f\left(\mathbf{h}(\mathbf{w})\right);$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{w}) - \boldsymbol{\psi}(\mathbf{h}, \mathbf{w}) = \overline{0};$$

$$f\left(\mathbf{h}(\mathbf{w})\right) \le h_{\text{крит}};$$

$$g\left(\boldsymbol{\varphi}_P, \mathbf{w}\right) \ge \varphi_P^*,$$

где $\mathbf{h}(\mathbf{w})$ – вектор-функция глубины колеи, образующейся после i-го воздействия единичного движителя на почвогрунт; $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{h}, \mathbf{w})$ – вектор-функция, составляющаяся из правых частей уравнения колееобразования (3) либо его модификаций (каждая координата по сути является правой частью нелинейного уравнения колееобразования, записанного для i-го воздействия); $f(\mathbf{h}(\mathbf{w}))$ – функция, определяющая суммарную глубину колеи при рассматриваемом числе циклов нагружения n; $g(\boldsymbol{\varphi}_P, \mathbf{w})$ – функция, определяющая приведенный коэффициент тяги по сцеплению лесной машины с учетом вектора распределения $\mathbf{w}$ между осями машины.

Рекомендации по синтезу ходовой части формулируются с условием подбора функции $\mathbf{L}$ распределения общей массы M либо веса W (и, соответственно, $\mathbf{w}$) между осями лесной машины:

$$L : \mathrm{R} \to \mathrm{R}^n; \mathbf{w} = \mathbf{L}(W);$$

$$\mathbf{w} = \underset{\mathbf{w}\in\mathbf{R}^n}{\operatorname{argmin}} f\left(\mathbf{h}(\mathbf{w})\right);$$

$$\begin{cases} \mathbf{h}(\mathbf{w}) - \boldsymbol{\psi}(\mathbf{h}, \mathbf{w}) = \overline{0}; \\ f(\mathbf{h}(\mathbf{w})) \le h_{\text{крит}}; \\ g(\boldsymbol{\varphi}_P, \mathbf{w}) \ge \overset{*}{\varphi}_P. \end{cases}$$

Общий вид функции **L** примем следующий, т. е. требуется назначить коэффициенты пропорциональности:

$$\mathbf{L}(\mathbf{c}, W) = W\mathbf{c}.$$

С учетом того, что по физическому смыслу сумма весов, приходящихся на каждую из осей, остается равной W:

$$\mathbf{c}: \sum_{i=1}^{n} w_i = W.$$

Тогда общий вид задачи условной оптимизации следующий:

$$\mathbf{c} = \underset{\mathbf{c}\in \mathrm{R}^n}{\operatorname{argmin}} f(\mathbf{h}(\mathbf{w})), \text{ где } \mathbf{w} = W\mathbf{c};$$

$$\begin{cases} \mathbf{c}: \sum_{i=1}^{n} w_i = W; \\ \mathbf{h}(\mathbf{w}) - \boldsymbol{\psi}(\mathbf{h}, \mathbf{w}) = \overline{0}; \\ f(\mathbf{h}(\mathbf{w})) \le h_{\text{крит}}; \\ g(\boldsymbol{\varphi}_P, \mathbf{w}) \ge \overset{*}{\varphi}_{P.} \end{cases} \tag{7}$$

Для получения практических решений запишем уравнения для отдельных составляющих задачи (7).

Функция, определяющая суммарную глубину колеи при рассматриваемом числе циклов нагружения, является суммой глубин колеи после каждого прохода единичного движителя:

$$f(\mathbf{h}(\mathbf{w})) = \sum_{i=1}^{n} h_i(w_i).$$

Функция коэффициента тяги, указанная в формулировке основной оптимизационной задачи, может быть принята на настоящем этапе исследования как взвешенное среднее арифметическое:

$$g(\boldsymbol{\varphi}_P, \mathbf{w}) = \frac{1}{W} \sum_{i=1}^{n} \varphi_{P,i} w_i.$$

Вид нелинейной функции $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{h}, \mathbf{w})$ определяется уравнением колееобразования, каждая из координат вектора находится отдельно (для краткости записи нижний индекс i, соответствующий порядковому номеру воздействия единичного движителя, опустим):

$$h - \psi = h - \frac{p_s}{p_s - p} \frac{JpK}{\sqrt{(1 - JpK)\, ax_2}} \operatorname{arctg} \frac{(H - h)\, ax_2}{\sqrt{(1 - JpK)\, ax_2}} = 0. \tag{8}$$

При $i = 1$ уравнение колееобразования решается относительно h для почвогрунта с ненарушенной структурой. Промежуточные величины в уравнениях, включая несущую способность p_s, задаются известными формулами:

$$J = \frac{0,03 + \frac{x_1}{x_2}}{0,6 + 0,43\frac{x_1}{x_2}}; \quad (9)$$

$$a = 0,64\left(1 + \frac{x_2}{H}\right); \quad (10)$$

$$\begin{cases} p_s = p_{s0}\alpha_z; \\ p_{s,0} = 0,5J_1B_1N_1x_2\gamma + N_2\gamma h + J_3B_3N_3C; \\ J_1 = \dfrac{x_1}{x_1 + 0,4x_2};\ J_3 = \dfrac{x_1 + x_2}{x_1 + 0,5x_2}; \\ B_1 = \dfrac{\pi - 4\beta\,\mathrm{tg}\,\varphi}{\pi + 4\beta\,\mathrm{tg}\,\varphi};\ B_3 = \dfrac{3\pi - 2\beta}{3\pi + 2\beta}; \\ N_1 = \dfrac{1 - Ш^4}{Ш^5};\ N_2 = \dfrac{1}{Ш^2};\ N_3 = \dfrac{2(1 + Ш^2)}{Ш^3};\ Ш = \mathrm{tg}\,\dfrac{\pi - 2\varphi}{4}; \\ \alpha_z = 1 + h\dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}x_2\,\mathrm{tg}\,\varphi\cos\frac{3\varphi}{4}\exp\left[\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3\varphi}{4}\right)\mathrm{tg}\,\frac{3\varphi}{4}\right]}{2\frac{H}{\cos\beta}\left(\frac{H}{\cos\beta} - h - 0,25\frac{\sqrt{2}}{2}x_2\,\mathrm{tg}\,\varphi\cos\frac{3\varphi}{4}\exp\left[\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3\varphi}{4}\right)\mathrm{tg}\,\frac{3\varphi}{4}\right]\right)}, \end{cases} \quad (11)$$

где β – угол результирующего воздействия (отклонение вектора результирующей нагрузки от нормали к поверхности почвогрунта); C, φ, γ – удельное сцепление, угол внутреннего трения и объемный вес почвогрунта соответственно; x_1 – параметр пятна контакта; N – коэффициенты учета угла внутреннего трения; Ш – вспомогательное обозначение; α_z – коэффициент, учитывающий увеличение несущей способности при ограничении глубины распространения деформации.

$$x_1 = \max\{b; l\};\ x_2 = \min\{b; l\}, \quad (12)$$

где b – ширина пятна контакта (в поперечном направлении по отношению к направлению движения машины); l – длина пятна контакта (в продольном направлении).

Ширина пятна контакта b принимается как:

$$b = B, \quad (13)$$

где B – ширина шины либо гусеницы.

Уравнение для длины пятна контакта l с учетом прогиба шины h_z:

$$l = \sqrt{Dh_z - h_z^2} + \sqrt{D\left(h + h_z\right) - \left(h + h_z\right)^2}, \quad (14)$$

где D – диаметр колеса; h_z – прогиб шины:

$$h_z = \frac{w}{2\pi p_w\sqrt{0,5r_cD}}, \quad (15)$$

p_w – внутреннее давление в шине; r_c – статический радиус шины, определяемый по формуле:

$$r_c = \sqrt{\frac{BH_T}{\pi}}, \tag{16}$$

H_T – высота шины.

Для гусеничного движителя длина проекции гусеницы на поверхность почвогрунта (база):

$$l = L_B. \tag{17}$$

Угол результирующего воздействия β складывается из уклона поверхности почвогрунта и соотношения силы сцепления F_T либо ее верхней оценки и веса движителя:

$$\beta = \alpha + \operatorname{arctg}\frac{F_T}{w}. \tag{18}$$

Особенности численного решения таковы, что при некотором заданном w $h(w)$ целесообразно получить в виде сетки значений с дальнейшим рассчетом сопротивления движению φ_R:

$$\varphi_R = \frac{F_R}{w} = \frac{b}{w}\int_0^h p(h)\,dh. \tag{19}$$

Коэффициент сцепления μ_T с поверхностью почвогрунта вычисляется также с учетом распределения сопротивления сдвигу вдоль пятна контакта:

$$\mu_T = \frac{F_T}{w} = \frac{1}{w} b\int_0^l \tau(S,x)\,dx, \tag{20}$$

где S – коэффициент буксования; $\tau(S, x)$ – функция касательного напряжения, распределенного вдоль пятна контакта:

$$\tau(S,x) = \frac{1}{\dfrac{1}{p\operatorname{tg}\varphi + C\left(1 - \dfrac{\xi[\xi > 0]}{t_{\text{гр}}}\right)} + \dfrac{t_{\text{гр}}}{GSx}}, \tag{21}$$

где $t_{\text{гр}}$ – шаг грунтозацепов; G – модуль сдвига почвогрунта; ξ – параметр, учитывающий срез почвогрунта:

$$\xi = Sx - (p\operatorname{tg}\varphi + C)\frac{t_{\text{гр}}}{G}\sqrt{\frac{G}{C} - 1}. \tag{22}$$

Коэффициент буксования в расчетах принимается на основе решения подзадачи:

$$S = \underset{S>0}{\operatorname{argmax}}\left(\int_0^l \tau(S,x)\,dx\right); \tag{23}$$

и ввиду (17) учитывается при общей оценке воздействия движителя на почвогрунт.

Коэффициент тяги при i-ом воздействии:

$$\varphi_R = \mu_T - \varphi_R. \tag{24}$$

Следующий шаг реализации модели предполагает решение уравнения для сжатия слоя почвогрунта H:

$$c = \frac{Jp}{E\sqrt{\left(1-\frac{Jp}{E}\right)ab}}\operatorname{arctg}\frac{(H-c)ab}{\sqrt{\left(1-\frac{Jp}{E}\right)ab}}. \qquad (25)$$

На основе полученного решения определяется относительное уплотнение почвогрунта, характеризующее изменение его механических свойств и, соответственно, параметров в формулах (8)–(25).

Ранее на теоретическом уровне вопросы изменения механических свойств почвогрунта после воздействия движителя практически не исследовались; отметим работу [8], где функции изменения свойств принимались в линейном виде – увеличение значений свойств почвогрунта прямо пропорционально относительному уплотнению, что не всегда согласуется с экспериментальными данными. Рассмотрим следующий подход для уточнения положений теории.

Плотность почвогрунта связана с объемным весом:

$$\rho = \frac{1}{g}\gamma.$$

При этом объемный вес определяется с учетом объемного веса скелета почвогрунта $\gamma_{ск}$ и влажности:

$$\gamma = \gamma_{ск}\left(1+\frac{W}{100}\right).$$

Влажность почвогрунта с учетом его состояния:

$$W = I_C I_L + W_P = I_C\left(W_L - W_P\right) + W_P,$$

где I_C – индекс консистенции; I_L – число пластичности; W_L, W_P – влажность на границе текучести и пластичности соответственно.

Учтем коэффициент пористости почвогрунта, связанный с объемным весом скелета и частиц почвогрунта $\gamma_ч$:

$$e = \frac{\gamma_ч}{\gamma_{ск}} - 1.$$

Примем, что коэффициент пористости снижается пропорционально соотношению:

$$r\left(H,c\right) = \frac{H-c}{H}.$$

Следовательно, после воздействия движителя:

$$e' = r\left(H,c\right)e.$$

Тогда для объемного веса скелета почвогрунта после воздействия движителя запишем:

$$\gamma'_{ск} = \frac{\gamma_ч}{1+e'};$$

для объемного веса и плотности после воздействия соответственно:

$$\gamma' = \gamma'_{ск}\left(1+\frac{W}{100}\right);$$

$$\rho' = \frac{1}{g}\gamma'.$$

Тогда относительное уплотнение

$$\overline{\rho} = 1 + \frac{\rho' - \rho}{\rho}.$$

При рассчитанном значении координаты **h** находятся рекурсивно в результате решения (8)–(25), но при механических параметрах, вычисленных как функции ρ'; для их определения требуется аппроксимировать табличные данные, обобщающие статистику по свойствам почвогрунта с учетом категории прочности (см. таблицу).

Классификация лесных почвогрунтов по механическим свойствам
Forest Soils Classification by Mechanical Behavior

Параметры	Категории прочности почвогрунта		
	III Слабонесущий	II Средней прочности	I Прочный
E, МПа	0,4	1,0	3,0
G, МПа	0,74	1,99	6,53
C, МПа	0,005	0,012	0,024
φ, …°	11,0	15,0	16,0
H, м	0,8	0,4	0,3
$\gamma_{ск}$, МН/м^3	0,0075	0,0085	0,0095
ρ, кг/м^3	0,0075	0,0085	0,0095

Данные таблицы согласуются с классификацией почвогрунтов, предложенной в [16, 17].

Заключение

Представлена теоретическая модель циклического воздействия движителя на почвогрунт. За счет использования функций механических свойств почвогрунта от плотности скелета модель пригодна для расчета проходимости и колееобразования при циклическом воздействии движителя на почвогрунт, т. е. при многократном прохождении лесной техники по участку местности.

Цикличность воздействия учитывается в т. ч. с точки зрения воздействия единичного движителя. Например, для многоосных лесных машин и машин с прицепом это позволяет детально рассматривать воздействие ходовой части и формулировать оптимизационную задачу распределения нагрузки между единичными движителями (как веса, так и давления на почвогрунт). Отсюда возможно решение проблемы синтеза ходовой части лесной техники.

Коэффициент буксования представлен как параметр математической модели, определяемый соотношением развиваемого сцепления движителя с почвогрунтом, обусловленного сопротивлением движению, и механическими свойствами опорной поверхности, а также ее уклоном, а не как входной параметр модели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. *Агейкин Я.С.* Проходимость автомобилей. М.: Машиностроение, 1981. 232 с.

Ageikin Ya.S. *Passability of Cars*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1981. 232 p. (In Russ.).

2. *Базаров С.М., Григорьев И.В., Киселев Д.С., Никифорова А.И., Хахина А.М.* Математическая модель образования колеи в почвогрунтах колесными машинами с упругими шинами // Науч. обозрение. 2012. № 5. С. 332–341.

Bazarov S.M., Grigorev I.V., Kiselev D.S., Nikiforova A.I., Khakhina A.M. Mathematical Model of Rut Creation in Soils by Wheeled Machines with Elastic Tyres. *Science Review*, 2012, no. 5, pp. 332–341. (In Russ.).

3. *Григорьев И.В., Григорьева О.И., Никифорова А.И., Куницкая О.А.* Обоснование методики оценки экологической эффективности лесопользования // Вестн. КрасГАУ. 2012. № 6(69). С. 72–77.

Grigoryev I.V., Grigoryeva O.I., Nikiforova A.I., Kunitskaya O.A. Substantiation of the Technique for the Forest Management Ecological Efficiency Estimation. *Bulletin of KSAU*, 2012, no. 6(69), pp. 72–77. (In Russ.).

4. *Григорьев И.В., Новгородов Д.В., Гурьев А.Ю.* Результаты выполнения работ по гранту российского научно фонда «Теоретическое и экспериментальное обоснование систем машин для лесозаготовок и лесовосстановления на склонах в условиях криолитозоны» // Проблемы и перспективы повышения эффективности землепользования в криолитозоне: сб. науч. ст. Всерос. науч.-практ. конф. в рамках мероприятий, приуроченных к 5-летию факультета лесного комплекса и землеустройства. Якутск: АГАТУ, 2024. С. 71–91.

Grigorev I.V., Novgorodov D.V., Guryev A.Yu. Results of Work Supported by the Grant of the Russian Science Foundation: “Theoretical and Experimental Justification of Machinery Systems for Logging and Reforestation on Slopes in the Cryolithozone”. *Issues and Prospects for Improving Land Mangement Efficiency in the Cryolithozone: Collection of Academic Papers of the All-Russian Scientific and Practical Conference Held as Part of Events Dedicated to the 5th Anniversary of the Faculty of Forestry and Land Management*. Yakutsk, ASAU Publ., 2024, pp. 71–91. (In Russ.).

5. *Григорьев И.В., Хитров Е.Г., Никифорова А.И., Григорьева О.И., Куницкая О.А.* Определение энергоемкости продуктов лесопользования в рамках методики оценки экологической эффективности лесопользования // Вестн. Тамбовск. Ун-та. Сер.: Естеств. и технич. науки. 2014. Т. 19, № 5. С. 1499–1502.

Grigoryev I.V., Khitrov E.G., Nikiforova A.I., Grigoryeva O.I., Kunitskaya O.A. Determination of Energy Intensity of Forest Products within Methodology for Assessing Eco-Efficiency of Forest Management. *Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2014, vol. 19, no. 5, pp. 1499–1502. (In Russ.).

6. *Григорьев И.В., Цыгарова М.В., Жукова А.И., Лепилин Д.В., Есин Г.Ю.* Планирование эксперимента при исследовании взаимодействия трелевочной системы с волоком // Вестн. Марийск. гос. техн. ун-та. Сер.: Лес. Экология. Природопользование. 2011. № 2. С. 47–54.

Grigoriev I.V., Tsygarova M.V., Zhukova A.I., Lepilin D.V., Yesin G.Yu. Design of Experiment in the Research of Interaction of Logging System With Logway. *Bulletin of the Mari State Technical University. Series: Forest. Ecology. Nature Management*, 2011, no. 2, pp. 47–54. (In Russ.).

7. *Дмитриева М.Н., Григорьев И.В., Лухминский В.А., Казаков Д.П., Хахина А.М.* Экспериментальные исследования конусного индекса и физико-механических свойств заболоченного грунта // Лесотехн. журн. 2017. Т. 7, № 4(28). С. 167–174.

Dmitrieva M.N., Grigorev I.V., Luhminskiy V.A., Kazakov D.P., Khakhina A.M. Experimental Studies of the Cone Index Mechanical Properties of Weak Peatland Soils. *Forestry Engineering Journal*, 2017, vol. 7, no. 4(28), pp. 167–174. (In Russ.).
https://doi.org/10.12737/article_5a3cf319776618.56331070

8. *Калистратов А.В., Никифорова А.И., Рудов М.Е., Хахина А.М.* Влияние свойств лесного почвогрунта на процесс его уплотнения // Воронежск. науч.-техн. вестн. 2014. Т. 3, № 4(10). С. 94–97.

Kalistratov A.V., Nikiforova A.I., Rudov M.E., Khakhina A.M. Influence of Forest Soil Properties on Soil Compaction. *Voronezh Scientific and Technical Bulletin*, 2014, vol. 3, no. 4(10), pp. 94–97. (In Russ.).

9. *Одум Ю.* Экология. Т 1. М.: Мир, 1986. 328 с.

Odum Yu. *Ecology*. Vol. 1. Moscow, Mir Publ., 1986. 328 p. (In Russ.).

10. *Шапиро В.Я., Григорьев И.В., Жукова А.И.* Особенности динамического уплотнения почвы при ее циклическом нагружении // Актуальн. проблемы соврем. науки. 2006. № 3(29). С. 301–309.

Shapiro V.Ya., Grigorev I.V., Zhukova A.I. Features of Soil Dynamic Compaction under Cyclic Loading. *Aktualnye problemy sovremennoy nauki*, 2006, no. 3(29), pp. 301–309. (In Russ.).

11. *Шапиро В.Я., Григорьев И.В., Жукова А.И.* Оценка процессов деформирования почвы при циклическом уплотнении // Изв. вузов. Лесн. журн. 2008. № 4. С. 45–51.

Shapiro V.Ya., Grigorjev I.V., Zhukova A.I. Assessment of Soil Deformation Processes under Cyclic Compaction. *Lesnoy Zhurnal* = Russian Forestry Journal, 2008, no. 4, pp. 45–51. (In Russ.).

12. *Шапиро В.Я., Григорьев И.В., Жукова А.И., Иванов В.А.* Исследование механических процессов циклического уплотнения почвогрунта при динамических нагрузках // Вестн. КрасГАУ. 2008. № 1. С. 163–175.

Shapiro V.Ya., Grigorev I.V., Zhukova A.I., Ivanov V.A. Investigation of Mechanical Processes of Cyclic Soil Compaction under Dynamic Loads. *Bulletin of KSAU*, 2008, no. 1, pp. 163–175. (In Russ.).

13. *Шапиро В.Я., Григорьев И.В., Новиков М.С., Гурьев А.Ю., Дьяченко В.М.* Геотехнические факторы лесосечных работ в условиях Крайнего Севера // Современные проблемы развития Европейского Севера – 2025: материалы Всерос. науч.-практ. конф. Ухта: Ухтинск. гос. техн. ун-т, 2025. С. 59–62.

Shapiro V.Ya., Grigorev I.V., Novikov M.S., Guryev A.Yu., Dyachenko V.M. Geotechnical Factors of Logging Operations in the Far North. *Modern Issues of the European North Development – 2025: Proceedings of the All-Russian Scientific and Practical Conference*. Ukhta, USTU Publ., 2025, pp. 59–62. (In Russ.).

14. *Шапиро В.Я., Григорьев И.В., Новиков М.С., Перфильев П.Н., Друзьянова В.П., Макуев В.А.* Особенности взаимодействия движителя лесной машины при маневрировании на склоне криолитозоны при циклических нагрузках // Resources and Technology. 2025. Т. 22, № 2. С. 128–148.

Shapiro V.Ya., Grigorev I.V., Novikov M.S., Perfiliev P.N., Druzyanova V.P., Makuyev V.A. Interaction Features of a Forest Vehicle Propulsion when Maneuvering on a Cryolithozone Slope under Cyclic Loads. *Resources and Technology*, 2025, vol. 22, no. 2, pp. 128–148. (In Russ.). https://doi.org/10.15393/j2.art.2025.8603

15. *Шапиро В.Я., Григорьев И.В., Рудов С.Е., Жукова А.И.* Модель процесса циклического уплотнения грунта в полосах, прилегающих к трелевочному волоку // Вестн. КрасГАУ. 2010. № 2(41). С. 8–14.

Shapiro V.Ya., Grigoryev I.V., Rudov S.Ye., Zhukova A.I. Model of the Soil Cyclic Consolidation Process in the Stripes Adjoining the Logger-Road. *Bulletin of KSAU*, 2010, no. 2(41), pp. 8–14. (In Russ.).

16. *Шапиро В.Я., Григорьев И.В., Савченко С.И., Тихонов Е.А., Ревяко С.И., Перфильев П.Н.* Влияние маневрирования движителя колесной лесной машины на ее проходимость в сложных геотехнических условиях // Лесотехн. журн. 2025. Т. 15, № 3(59). С. 228–244.

Shapiro V.Ya., Grigorev I.V., Savchenko S.I., Tikhonov E.A., Revyako S.I., Perfiliev P.N. The effect of Maneuvering the Propulsion of a Wheeled Forestry Vehicle on its Maneuverability in Difficult Geotechnical Conditions. *Forestry Engineering Journal*, 2025, vol. 15, no. 3(59), pp. 228–244. (In Russ.). https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2025.3/15

17. *Шапиро В.Я., Новиков М.С., Григорьев И.В., Перфильев П.Н., Стородубцева Т.Н., Калита А.Ю.* Теоретическое обоснование типизации природно-производственных условий рубок лесных насаждений на склонах на многолетней мерзлоте // Вестн. Поволжск. гос. технол. ун-та. Сер.: Лес. Экология. Природопользование. 2025. № 3(67). С. 70–82.

Shapiro V.Ya., Novikov M.S., Grigorev I.V., Perfiliev P.N., Storodubtseva T.N., Kalita A.Yu. Theoretical Substantiation of the Typification of Natural and Industrial Conditions of

Felling Forest Stands on Slopes on Permafrost. *Vestnik of Volga State University of Technology. Series: Forest. Ecology. Nature Management*, 2025, no. 3(67), pp. 70–82. (In Russ.). https://doi.org/10.25686/2306-2827.2025.3.70

18. *Шапиро В.Я., Новиков М.С., Григорьев И.В., Перфильев П.Н., Тихонов Е.А., Друзьянова В.П.* Оценка работоспособности трасс движения лесных машин на склоне оттаивающего почвогрунта с учетом маневрирования движителя // Хвойные бореал. зоны. 2025. Т. 43, № 2. С. 77–84.

Shapiro V.Ya., Novikov M.S., Grigorev I.V., Perfiliev P.N., Tikhonov E.A., Druzyanova V.P. Assessment of Forest Machine Tracks Operability on the Slope of Thawing Soil Taking into Account Manoeuvring of the Vehicle. *Conifers of the boreal area*, 2025, vol. 43, no. 2, pp. 77–84. (In Russ.). https://doi.org/10.53374/1993-0135-2025-2-77-84

19. *Шапиро В.Я., Рыжов Я.А., Григорьев И.В., Тихонов Е.А., Алексеева А.В., Кривоконева Е.Ю.* Особенности разрушения оттаивающего почвогрунта на склоне в боковых полосах трасс движения лесных машин // Системы. Методы. Технологии. 2026. № 1(69). С. 129–136.

Shapiro V.Ya., Ryzhov Ya.A., Grigoriev I.V., Tikhonov E.A., Alekseeva A.V., Krivokoneva E.Yu. Features of the Destruction of Thawing Soil on a Slope in the Side Lanes of Forestry Machinery Routes. *Systems. Methods. Technologies*, 2026, no. 1(69), pp. 129–136. (In Russ.). https://doi.org/10.18324/2077-5415-2026-1-129-136

20. *Шапиро В.Я., Савченко С.И., Григорьев И.В., Тихонов Е.А., Задраускайте Н.О., Калита А.Ю.* Обоснование безопасного и устойчивого маневрирования колёсного движителя лесных машин в сложных геотехнических условиях работы // Системы. Методы. Технологии. 2025. № 3(67). С. 148–154.

Shapiro V.Ya., Savchenko S.I., Grigoriev I.V., Tikhonov E.A., Zadrauskaite N.O., Kalita A.Yu. Justification of Safe and Stable Maneuvering of a Forestry Machine Wheeled Propeller in Difficult Geotechnical Operating Conditions. *Systems. Methods. Technologies*, 2025, no. 3(67), pp. 148–154. (In Russ.). https://doi.org/10.18324/2077-5415-2025-3-148-154

21. Dobretsov R., Grigorev I., Tikhonov E., Mikheev A., Khakhina A., Storodubtseva T., et al. Impulse Control Technology for Improving Steering Control Systems of the Tracked Vehicles. *International Review of Automatic Control*, 2021, vol. 14, no. 3, pp. 172–178. https://doi.org/10.15866/ireaco.v14i3.20858

22. Grigorev I., Burgonutdinov A., Makuev V., Tikhonov E., Shvetsova V., Timokhova O., et al. The Theoretical Modeling of the Dynamic Compaction Process of Forest Soil. *Mathematical Biosciences and Engineering*, 2022, vol. 19, iss. 3, pp. 2935–2949. https://doi.org/10.3934/mbe.2022135

23. Khakhina A.M., Grigorev I.V., Dolmatov N.P., Makuev V.A., Kruchinin I.N., Storodubtseva T.N., et al. Predicting the Passability of Wheeled Tractors. *Mathematical Modelling of Engineering Problems*, 2022, vol. 9, no. 5, pp. 1233–1242. https://doi.org/10.18280/mmep.090510

24. Rudov S.E., Voronova A.M., Chemshikova J.M., Teterevleva E.V., Kruchinin I.N., Dondokov Yu.Zh., et al. Theoretical Approaches to Logging Trail Network Planning: Increasing Efficiency of Forest Machines and Reducing their Negative Impact on Soil and Terrain. *Asian Journal of Water, Environment and Pollution*, 2019, vol. 16, iss. 4, pp. 61–75. https://doi.org/10.3233/AJW190049

25. Zyryanov M., Grigorev I., Medvedev S., Mokhirev A., Egipko S., Perfiliev P., et al. The Experimental Study of Logging Residue Stock on Logging Sites Following Clear-Cutting Using a Sorting Machine System. *International Journal of Simulation and Process Modelling*, 2023, vol. 20, no. 4, pp. 267–275. https://doi.org/10.1504/ijspm.2023.138578

Конфликт интересов: Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов
Conflict of interest: The authors declare no conflict of interest

Вклад авторов: Все авторы в равной доле участвовали в написании статьи
Authors' Contribution: All authors contributed equally to the manuscript